习题 1 答案

1-1　A　G

1-2　D

1-3　D

1-4　A

1-5　B

1-6　B

1-7　5 m/s，17 m/s

1-8　0. 1 m/s^2

1-9　$\boldsymbol{r}$，$\Delta\boldsymbol{r}$

1-10　小，大

1-11　25. 6 m/s^2，0. 8 m/s^2

1-12　$\left(\frac{x}{4}\right)^2+\left(\frac{y}{3}\right)^2=1$，$-16\cos2t\boldsymbol{i}-12\sin2t\boldsymbol{j}$

1-13　(1)4 m/s；(2)−18 m/s；(3)0；(4)变速直线运动

解析：

(1)由题意可知，$x(2)=6\times2^2-2\times2^3=8$ m，$x(1)=6\times1^2-2\times1^3=4$ m，$\therefore\ \bar{v}=\frac{x(2)-x(1)}{2-1}=\frac{8\text{ m}-4\text{ m}}{1s}=4$ m/s

(2)x 对 t 求导，$v=12t-6t^2$，$v(3)=-18$ m/s

(3)v 对 t 求导，$a=12-12t$，$a(1)=0$

(4)变速直线运动

1-14　$20t\boldsymbol{i}+5\,\boldsymbol{j}$ m/s，$20\boldsymbol{i}$ m/s^2；(2)$y^2=2.5x$

解析：

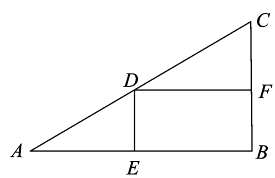
(1)对 $r(t)$ 求导，$v(t)=20ti+5j$ m/s；对 $v(t)$ 求导，$a(t)=20i$ m/s^2

(2)由题意知，$x=10t^2$，$y=5t$，两式联立消去 t，可得 $y^2=2.5x$

1-15　(1)$(25-7.5\sqrt{2})\boldsymbol{i}+(20-7.5\sqrt{2})\,\boldsymbol{j}$ m，60 m

(2)$\left(\frac{5}{9}-\frac{1}{6}\sqrt{2}\right)\boldsymbol{i}+\left(\frac{4}{9}-\frac{1}{6}\sqrt{2}\right)\boldsymbol{j}$ m/s；1. 33 m/s

解析：



(1)如图所示，∵ $AB=25$，$BC=20$，$CD=15$，$\angle C=45$℃；可得，$DF=EB=CF=7.5\sqrt{2}$，则 $BF=ED=CB-CF=20-7.5\sqrt{2}$，$AE=AB-BE=25-7.5\sqrt{2}$，勾股定理得 $AD=17.19$ m，即位移为 17. 19 m，或$(25-7.5\sqrt{2})i+(20-7.5\sqrt{2})j$，路程为

(2)$\bar{v}=\frac{x}{t}=\frac{(25-7.5\sqrt{2})\boldsymbol{i}+(20-7.5\sqrt{2})\boldsymbol{j}}{45}$ m/s $=\left(\frac{5}{9}-\frac{\sqrt{2}}{6}\right)\boldsymbol{i}+\left(\frac{4}{9}-\frac{\sqrt{2}}{6}\right)\boldsymbol{j}$ m/s 或 $\bar{v}=\frac{x}{t}=\frac{17.19}{45}$ m/s $=0.382$ m/s，平均速率 $\bar{v}=\frac{s}{t}=\frac{60}{45}$ m/s $=1.33$ m/s

1-16　(1) $(3t+5)\boldsymbol{i}+\left(\frac{1}{2}t^2+3t-4\right)\boldsymbol{j}$，$3\boldsymbol{i}+3.5\boldsymbol{j}$ m，$3\boldsymbol{i}+45\boldsymbol{j}$ m；

(2) $3i+(t+3)\boldsymbol{j}$ m/s，$3\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}$ m/s；(3) $1\boldsymbol{j}$ m/s^2

解析：

(1)由题意知，$\boldsymbol{r}(t)=(3t+5)\boldsymbol{i}+(\frac{1}{2}t^2+3t-4)\boldsymbol{j}$，∴ $\boldsymbol{r}(0)=5\boldsymbol{i}-4\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{r}(1)=8\boldsymbol{i}-0.5\boldsymbol{j}$，$\boldsymbol{r}(2)=11\boldsymbol{i}+4\boldsymbol{j}$

∴ 第 1 s 内质点的位移为 $\boldsymbol{r}(1)-\boldsymbol{r}(0)=3\boldsymbol{i}+3.5\boldsymbol{j}$

第 2 s 内质点的位移为 $\boldsymbol{r}(2)-\boldsymbol{r}(1)=3\boldsymbol{i}+4.5\boldsymbol{j}$

(2)对 $\boldsymbol{r}(t)$ 求导，得 $\boldsymbol{v}(t)=3\boldsymbol{i}+(t+3)\boldsymbol{j}$，∴ $\boldsymbol{v}(4)=3\boldsymbol{i}+7\boldsymbol{j}$ m/s

(3)对 $\boldsymbol{v}(t)$ 求导，得 $\boldsymbol{a}(t)=1\boldsymbol{j}$ m/s^2

1-17　(1) 16 m/s；32 m/s^2；(2) 0 m/s^2，$x^2+y^2=64$

解析：

(1)对 $\boldsymbol{r}(t)$ 求导，$\boldsymbol{v}(t)=-16\sin(2t)\boldsymbol{i}+16\cos(2t)\boldsymbol{j}$，在任意时刻，质点的速度大小为 $\sqrt{[-16\sin(2t)]^2+[16\cos(2t)]^2}=16$ m/s，对 $\boldsymbol{v}(t)$ 求导，$\boldsymbol{a}(t)=-32\cos(2t)\boldsymbol{i}-32\sin(2t)\boldsymbol{j}$，在任意时刻，质点的加速度大小为 $\sqrt{[-32\cos(2t)]^2+[-32\cos(2t)]^2}=32$ m/s^2

(2)由所给方程可知，质点做半径为 $R=8$ m(各单位均以 Si 制单位处理)的匀速圆周运动。$x=8\cos 2t$，$y=8\sin 2t$，所以质点在任意时刻的运动轨迹为 $x^2+y^2=64$，即轨迹是圆心位于原点，半径为 8 的圆。由(1)知，质点在任意时刻的速度大小为 16 m/s，即 v 是一个常数，表明质点做匀速圆周运动，切向加速度 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=0$。

1-18　(1) $a_t=36$ m/s，$a_n=1\ 296$ m/s^2；(2) $\theta=0.67$ rad

解析：

(1)由题意得 $\omega=\frac{\mathrm{d}\theta}{\mathrm{d}t}=9t^2$，切向加速度 $a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=\frac{d(\omega r)}{\mathrm{d}t}=\frac{rd\omega}{\mathrm{d}t}=r\cdot 18t$，法向加速度 $a_n=\omega^2 r=81t^4\cdot r$，代入数据，$r=1$ m，$t=2$ s，$a_\tau=\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=36$ m/s^2，$a_n=\omega^2 r=1296$ m/s^2

(2)当加速度的方向和半径成 45°角时，有法向加速度和切向加速度大小相等，即 $81t^4\cdot r=r\cdot 18t$，$t^3=\frac{2}{9}$，∴ $\theta=2+3\times\frac{2}{9}=\frac{8}{3}$ rad，$t=0$ 时，$\theta_0=2$ rad，∴ $\Delta\theta=\theta-\theta_0=\frac{2}{3}$rad≈0.67 rad

1-19　$v=0.16$ m/s，$a_n=0.064$ m/s^2，$a_t=0.08$ m/s^2，$a=0.102$ m/s^2

解析：

当 $t=2$ s 时，质点的角速度 $\omega=\beta t=0.4$ rad/s，质点的速度 $v=\omega r=0.16$ m/s，法向加速度 $a_n=\omega^2 r=0.064$ m/s^2，切向加速度 $a_\tau=\beta r=0.08$ m/s^2，合加速度 $a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}=0.102$ m/s^2

1-20　23 m/s

解析：

由题意 $\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=a=3+2t$，∴ $\mathrm{d}v=(3+2t)\mathrm{d}t$，两边同时积分，$v=3t+t^2+C$，∵ $v_0=5$ m/s，∴ 当 $t=0$ 时，有 $C=v_0=5$ m/s，∴ $v=t^2+3t+5$，当 $t=3$ s 时，$v'=23$ m/s

1-21　$v=190$ m/s，$x=705$ m

解析：

由题意$\frac{dv}{dt}=a=4+3t$，∴ $dv=(4+3t)dt$，两边同时积分，$v=4t+\frac{3}{2}t^2+C$，∵ $v_0=0$，∴ $C=0$，∴ $v=4t+\frac{3}{2}t^2$；同理，$\frac{dx}{dt}=v=4t+\frac{3}{2}t^2$，$dx=(4t+\frac{3}{2}t^2)dt$，两边同时积分，$x=2t^2+\frac{1}{2}t^3+b$，∵ $x_0=5$，∴ $b=5$，∴ $x=2t^2+\frac{1}{2}t^3+5$。∴ $v(10)=4\times10+\frac{3}{2}\times10^3=190\ m/s$，$x_{10}=2\times10^2+\frac{1}{2}\times10^3+5=705\ m$

1-22　$x=2t^3/3+10$　（SI 制）

解析：

由题意$\frac{dv}{dt}=a=4t$，∴ $dv=4tdt$，两边同时积分，$v=2t^2+C$，∵ $t=0$ 时，$v_0=0$，∴ $C=v_0=0$，∴ $v=2t^2$，∴ $\frac{dx}{dt}=v=2t^2$，∴ $dx=2t^2dt$，两边同时积分，$x=\frac{2}{3}t^3+b$，∵ $x_0=10\ m$，∴ $b=10$，∴ $x=\frac{2}{3}t^3+10$（SI 制）

1-23　5.36 m/s

解析：

以火车为参照物，雨滴的水平速度 $v_0=20\ m/s$，相对于火车，雨滴的速度与竖直方向夹角为 75°，设雨滴的速度为 v，由几何知识得：$\tan 75°=\frac{v_0}{v}$，$v\approx5.36\ m/s$