习题 2 答案

2-1　C

2-2　C

2-3　D

2-4　D

2-5　$3g,0,0$

2-6　(1)$mg,0$(2)$m\sqrt{g^2+a^2}$, $\arctan\dfrac{a}{g}$

2-7　$\mathrm{d}v=\dfrac{F_0(1-kt)}{m}\mathrm{d}t, v=v_0+\dfrac{F_0}{m}(t-\dfrac{1}{2}kt^2), x=v_0t+\dfrac{F_0}{m}\left(\dfrac{1}{2}t^2-\dfrac{1}{6}kt^3\right)$

2-8　(1)B 向下，A 向上；(2)0.12 $\mathrm{m/s^2}$；(3)502 N

解析：

假设 B 向下，A 向上，则两物体在运动方向上的动力学方程分别为 $F_T-m_Ag\sin\alpha=m_Aa(1)$，$m_\mathrm{B}g\sin\beta-F_T=m_\mathrm{B}a(2)$，由(1)和(2)解得 $a=0.12\ \mathrm{m/s^2}$，$a>0$，表示系统的实际运动方向与假定正方向一致。由(1)式得 $F_T=m_Ag\sin\alpha+m_Aa=502$ N。

如果 $u=0.25$，同理可列式 $F_T-m_Ag\sin\alpha-um_Ag\cos\alpha=m_Aa(3)$，$m_\mathrm{B}g\sin\beta-um_\mathrm{B}g\cos\beta-F_T=m_\mathrm{B}a(4)$，由(3)(4)解得 $a<0$，说明与假定方向相反，即 A 沿斜面向下，B 沿斜面向上。

2-9　(1)$\dfrac{v_0}{1+v_0k't}$　(2)$\dfrac{1}{k'}\ln(1+v_0k't)$　(4)$\dfrac{1}{300}\ \mathrm{m^{-1}}$

解析：

(1)由题可得 $F=-kv^2=ma=m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}$，$\therefore -\dfrac{k}{m}\mathrm{d}t=\dfrac{\mathrm{d}v}{v^2}$，两边积分得 $v=\dfrac{mv_0}{ktv_0+m}=\dfrac{v_0}{1+v_0k't}$

(2)由(1)知：$\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}=v=\dfrac{v_0}{1+v_0k't}$，$\mathrm{d}x=\dfrac{v_0}{1+v_0k't}\mathrm{d}t$，两边积分得：$x=\dfrac{1}{k'}\ln(1+v_0k't)$

$\because m\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t}=-kv^2$，$\therefore \dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=-\dfrac{k}{m}v^2$，$\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x}=-\dfrac{k}{m}v$，$\dfrac{\mathrm{d}v}{v}=-\dfrac{k}{m}\mathrm{d}x$，$\therefore \ln v=-\dfrac{k}{m}x+C$，$x=0$，$v=v_0$，$C=\ln v_0$，$\therefore v=v_0e^{-k'x}(k'=\dfrac{k}{m})$

(4)根据(1)，$10=\dfrac{20}{1+20\cdot k'\cdot 15}$，$\therefore k'=\dfrac{1}{300}m^{-1}$

2-10　$\dfrac{M\omega^2(L^2-l^2)}{2L}$

解析：

以转轴为原点，沿绳方向为正方向构建坐标系，设 $\boldsymbol{i}$ 为指向正方向的单位向量。在 l 处取微元 dl，则 $\mathrm{d}F=\dfrac{M}{L}\mathrm{d}l\omega^2 l$，$\int_0^F\mathrm{d}F=\dfrac{M}{2L}\omega^2\int_L^l\mathrm{d}x^2$，$F=\dfrac{M}{2L}\omega^2(l^2-L^2)$，写作矢量形式 $\boldsymbol{F}=-\dfrac{M}{2L}\omega^2(L^2-l^2)\boldsymbol{i}$，张力 $T=|\boldsymbol{F}|=\dfrac{M}{2L}\omega^2(L^2-l^2)$。

2-11　$h=R\left(1-\frac{gR}{v^2}\right)$

解析：

小球靠重力和支持力的合力提供向心力，设小球的位置与碗最高处的中点的连线和竖直方向的夹角为 θ，小球做圆周运动的半径为 $r=R\sin\theta$。$\therefore \tan\theta=\frac{F_{向}}{mg}=\frac{mR\sin\theta\omega^2}{mg}$，解得 $\cos\theta=\frac{g}{R\omega^2}$，$\therefore h=R-R\cos\theta=R-\frac{g}{\omega^2}$，其中 $\omega=\frac{v}{R}$，$\therefore h=R\left(1-\frac{gR}{v^2}\right)$

2-12　$4.78\ \mathrm{m/s^2}$，$1.35\ \mathrm{N}$

解析：

设 m_1 的加速度 a_1，m_2 的加速度 a_2，动滑轮左边绳子拉力设为 T，则它右边绳子拉力为 $2T$。对 m_1，$F-f_1-2T=m_1a_1$，$f_1=um_1g$；对 m_2，$T-f_2=m_2a_2$，$f_2=um_2g$。$\because$ 是动滑轮，$\therefore m_2$ 运动的位移 x_2 是 m_1 运动距离的两倍，即 $x_2=2x_1$，$x_1=\frac{1}{2}a_1t^2$，$x_2=\frac{1}{2}a_2t^2$。$\therefore a_2=2a_1$，$\therefore a_2=4.78\ \mathrm{m/s^2}$，$T=1.35\ \mathrm{N}$

2-13　$3.10\ \mathrm{m/s^2}$，$20.1\ \mathrm{N}$，$12.9\ \mathrm{N}$

解析：

对 C 受力分析，有 $T_1=m_cg-m_ca$；对 A 有，$T_2-m_Ag=m_Aa$；对 B 有，$T_1-T_2-f_B=m_Ba$，$f_B=um_Bg$，$\therefore a=3.10\ \mathrm{m/s^2}$，$T_1=20.1N$，$T_2=12.9\ \mathrm{N}$

2-14　(1)$\frac{(M+m)g\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}$　$\frac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}$　(2)$\frac{mMg\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}$　(3)$\sqrt{\frac{2m^2h\cos^2\theta}{(M+m)(M+m\sin^2\theta)}\cdot g}$

解析：

(1)对 m 引入一个水平向左的惯性力 ma，对 m 受力分析：重力 mg，垂直斜面向上的支持力 F，向左的惯性力 ma，这三个力的合力相对斜面沿斜面向下得到两个方程：

沿斜面：$ma\cos\theta+ma\sin\theta=ma$

垂直斜面：$F+ma\sin\theta=mg\cos\theta$

对 M 受力分析有：$F\sin\theta=Ma'$

解得 $a=\frac{(M+m)g\sin\theta}{M+m\sin^2\theta}$，$a'=\frac{m\sin\theta\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}$

(2)由(1)得：$F=\frac{mMg\cos\theta}{M+m\sin^2\theta}$

(3)水平方向动量守恒，$\therefore mv_m=Mv_M$，$\because x=vt$，$\therefore mx_m=Mx_M$，又$\because x_m+x_M=\frac{h}{\tan\theta}$，$\therefore x_M=\frac{h}{\tan\theta}\cdot\frac{m}{M+m}$，$\because v^2=2ax$，$\therefore v_M=\sqrt{\frac{2m^2h\cos^2\theta}{(M+m)(M+m\sin^2\theta)}\cdot g}$