习题 3 答案

3-1 D

3-2 C

3-3 C

3-4 D

3-5 可

3-6 $G\dfrac{Mm}{6R},G\dfrac{Mm}{3R}$

3-7 290 J

3-8 200 J

解析：

由题意，$Ft=mv=m\dfrac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$，$\therefore Ft\mathrm{d}t=m\mathrm{d}x$，$\therefore \dfrac{1}{2}Ft^2=mx$，$\because W=F\cdot S$，带入数据，得到 $W=1000$ J。

3-9 $2F_0R^2$

解析：

$W_{\boldsymbol{F}}=F_0(\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j})\cdot(\Delta x\boldsymbol{i}+\Delta y\boldsymbol{j})=F_0[(\Delta x)^2+(\Delta y)^2]=F_0[R^2-(\Delta y-R)^2+\Delta y^2]=2F_0R\Delta y$，由$(0,0)\rightarrow(0,2R)$，$W_{\boldsymbol{F}}=\int_0^R 2F_0Rdy=2F_0R^2$

3-10 (1)50 J；(2)32 J，18 J，50 J；(3)18 J，32 J，50 J

解析：

(1)由题意可知，力的方向和位移一致，$F=5$ J，$S=10$ m，$\therefore W=F\cdot S=5\times10$ J$=50$ J

(2)先沿 x 轴运动，则 $\boldsymbol{F}=4\boldsymbol{i}(N)$，$\therefore W_1=F\cdot S=32$ J，再沿 y 轴方向的路径运动到终点，则 $\boldsymbol{F}=3\boldsymbol{j}(N)$，$W_2=F\cdot S=3\times6$ J$=18$ J，$W=W_1+W_2=50$ J

(3)由(2)可知：$W_1=18$ J，$W_2=32$ J，$W=W_1+W_2=50$ J

(4)由以上结果知，该力做功与路径无关，说明该力为保守力。

3-11 $\dfrac{1}{2}kR^2\theta^2+mgR\sin\theta$

解析：

积分法：$\because$ 物体极缓慢运动，$\therefore$ 物体受力平衡。物体受到变力 F、重力 G、垂直斜面的支持力 F_N 和弹力 T。$\therefore F=kR\theta+mg\cos\theta$，位移 $S=R\cdot\mathrm{d}\theta$。$\therefore W=\int F\cdot S=\int_0^\theta(kR\theta+mg\cos\theta)R\cdot\mathrm{d}\theta=\dfrac{1}{2}kR^2\theta^2+mgR\sin\theta$

功能原理：BC 弧长 $l_{BC}=\theta R$①，弹簧由原长拉至 L 处，弹性势能增量 $\Delta E_P=\dfrac{1}{2}kl_{BC}^2$②，物体由 $B\rightarrow C$ 过程，极缓慢运动，说明动能不变，$W_{\boldsymbol{F}}-mgR\sin\theta-\Delta E_P=0$③，由①②③，$W_{\boldsymbol{F}}=mgR\sin\theta+\dfrac{1}{2}k\theta^2R^2$

3-12 (1)$\dfrac{mg}{k}$，mg；(2)$\dfrac{2mg}{k}$，$2mg$，$\sqrt{\dfrac{mg^2}{k}}$

解析：

(1)整个过程在缓慢进行，即处于平衡状态，在最大位置处有，$mg=kx$，∴ 伸长量 $x=\frac{mg}{k}$，弹性力 $F=mg$

(2)根据机械能守恒，从初始位置到最低点有$\frac{1}{2}kx^2=mgx$，∴ 伸长量 $x=\frac{2mg}{k}$，弹性力 $F=kx=k\cdot\frac{2mg}{k}=2mg$，经过平衡位置时，有 $kx=mg$，$x=\frac{mg}{k}$，$mgx=\frac{1}{2}kx^2+\frac{1}{2}mv^2$，∴ $v=\sqrt{\frac{mg^2}{k}}$

3-13

解析：

对物体全过程应用动能定理，有：

$mgh-umg\cos\theta\cdot\frac{h}{\sin\theta}-umg\left(s-\frac{h}{\tan\theta}\right)=0$，∴ $u=\frac{h}{s}$

3-14　4.1 mm

解析：

由题意可得 $F=kx$，第一次锤击，钉子进入木板深度为 x，钉子发生的位移为 x，钉子受到的平均阻力 $\overline{F_1}=\frac{1}{2}kx_1$，铁锤做功 $W_1=\overline{F_1}x_1=\frac{1}{2}kx_1^2$，第二次锤击，钉子进入木板深度从 x_1 到 x_2，钉子发生的位移为 x_2-x_1，钉子受到的平均阻力 $\overline{F_2}=\frac{1}{2}k(x_2+x_1)$，铁锤做功 $W_2=\overline{F_2}(x_2-x_1)=\frac{1}{2}k(x_2^2-x_1^2)$，由题意知 $W_1=W_2$，∴ $x_2=\sqrt{2}x_1\approx1.41\ \text{cm}$，∴ 第二次锤击的过程中，钉子进入木板的深度 $\Delta x=x_2-x_1=0.41\ \text{cm}=4.1\ \text{mm}$

3-15　(1)4.5 m,(2)6.5 m/s

解析：

(1)设物体达到瞬时静止前在竖直方向上下降了 h，由能量守恒可列式：$mgh=\frac{1}{2}kx^2$，物体在斜面上滑过的路程 $s=\frac{h}{\sin\theta}$，解得 $s=4.5\ \text{m}$

(2)与弹簧刚接触时，物体下降的高度为 $h'=h-\Delta x\sin\theta$，由能量守恒，$mgh'=\frac{1}{2}mv^2$，$v=6.5\ \text{m/s}$

3-16　(1)$\frac{2}{5}R$；(2)重力作用；(3)$a_n=39.2\ \text{m/s}^2$，$a_\tau=9.8\ \text{m/s}^2$

解析：

(1)物体能通过最高点的条件是，$mg=m\frac{v_A^2}{R}$，∴ $v_A=\sqrt{gR}$，光滑轨道上运动机械能守恒，因此有 $mgH=mg\cdot2R+\frac{1}{2}mv_A^2$，∴ $H=\frac{5}{2}R$

∵ $H=3R>\frac{5}{2}R$，∴ 小球能通过最高点到达 B 点，由机械能守恒可知，

$mg(H-R)=\frac{1}{2}mv_B^2$，$v_B^2=4gR$。在 B 点的向心加速度为$\frac{v_B^2}{R}=4g=39.2\ \text{m/s}^2$，切向加速度为重力加速度，$a_2=9.8\ \text{m/s}^2$

3-17　(1) $V=\sqrt{gl}$；(2) $2gl(\cos\theta-\cos 60°)$，$a_n=2g(\cos\theta-\cos 60°)$，$a_\tau=g\sin\theta$，$T=3mg\cos\theta-2mg\cos 60°$

解析：

(1)从最大夹角处到竖直位置处，根据动能定理有：$mg(l-l\cos 60°)=\frac{1}{2}mv^2$，$v=\sqrt{gl}=\sqrt{5}$ m/s

(2)在 $\theta<60°$的任意位置上，根据动能定理，有：

$mgl(\cos\theta-\cos 60°)=\frac{1}{2}mv^2$，$\therefore v=\sqrt{2gl(\cos\theta-\cos 60°)}$，

$a_n=\frac{v^2}{l}=2g(\cos\theta-\cos 60°)$，$a_\tau=g\sin\theta$，由于 $T-mg\cos\theta=ma_n$，$\therefore T=mg\cos\theta+ma_n=3mg\cos\theta-mg$

3-18　$\frac{1}{3}R$

解析：

设质点脱离球面时和球心的连线与竖直方向的夹角为 θ，脱离球面时只受重力，由向心力的方程得 $mg\cos\theta=m\frac{v^2}{R}$，由机械能守恒定律得 $mgR(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}mv^2$，解得 $\cos\theta=\frac{2}{3}$，由几何关系得脱离球面时到顶点的高度差为 $h=R(1-\cos\theta)=\frac{R}{3}$

3-19　(1) $\frac{5}{3}R$；(2) $\frac{50}{27}R$

解析：

(1)设小球到达 C 点脱离轨道，过 p 点的半径与竖直方向夹角为 θ，在 C 点，由牛顿第二定律得：$mg\cos\theta=m\frac{v^2}{R}$，根据机械能守恒，整个过程有：$mgR(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}mv_C^2$，$\therefore v_C=\sqrt{gR\cos\theta}$，$\cos\theta=\frac{2}{3}$，$\therefore \theta=\arccos\frac{2}{3}$

(2)小球离开轨道后做斜向上抛运动，离开轨道时水平分速度：$v_1=v_C\cos\theta=\sqrt{gR\cos\theta}\cos\theta$，小球到达最高点时，竖直分速度为 0，由机械能守恒定律得：$mg\cdot 2R=mgh'+\frac{1}{2}mv_1^2$，$\therefore h'=\frac{50}{27}R$