习题 4 答案

4-1　B

4-2　B

4-3　B

4-4　$mv_0\sin\theta$，竖直向下

4-5　动量，动能，功

4-6　不一定

4-7　140 N·S，24 m/s

4-8　9.0 N·s

解析：设木块的质量为 M，子弹的质量为 m，规定沿 X 轴的方向为正，由动量守恒定律得：$mv_0=(m+M)v$，可解得，$M=0.18$ kg。

由动量定理得：$I=Mv-0=0.18\times50$ N·s$=9$ N·s

4-9　(1) $v_m=\sqrt{\dfrac{2MgR}{M+m}}$，$v_M=-m\sqrt{\dfrac{2gR}{M(M+m)}}$；(2) $-\dfrac{m}{M+m}R$；(3) $\dfrac{1}{2}mv_m^2-mgR$

解析：(1) 由系统的机械能守恒，水平方向的动量守恒，取向右为正方向，记 M 得速度为 v_1，m 的速度为 v_2。

则：$mgR=\dfrac{1}{2}Mv_1^2+\dfrac{1}{2}mv_2^2$ ………………………………………………… ①

$-Mv_1=mv_2$ ……………………………………………………………………… ②

联立①②俩式可得：$v_1=-\sqrt{\dfrac{2m^2gR}{(mM+M^2)}}$，$v_2=\sqrt{\dfrac{2MgR}{m+M}}$。

(2) 设移动的距离为 x，则 $v_1=x/t$，$v_2=(R-x)/t$，将其代入①式得：

$-M(x/t)=m(R-x)/t$

解得：$x=-\dfrac{mR}{M+m}$

(3) 对物块 m 运用动能定理：$W+mgR=\dfrac{1}{2}mv_2^2$

$\therefore W=\dfrac{1}{2}mv_2^2-mgR$

4-10　0.4 s，1.33 m/s

解析：(1) 物体 A 受到重力和细绳的拉力：$Mg-T=Ma$，………… ①

物体 B 在没有拉物体 C 之前，在拉力 T 的作用下做加速运动，加速度的大小为 a，

因此：$T=ma$，……………………………………………………………… ②

联立①②两式，$a=g/2=5$ m/s^2，

根据运动学公式：$s=vt+\dfrac{1}{2}at^2$，

因此：$t=\sqrt{\dfrac{2\text{ s}}{a}}=0.4$ s

(2) 此时 B 的速度大小为：$v=at=2$ m/s。物体 A 向下运动，如同以相同的速度和加速度向右运动，动量

守恒，记 C 开始运动的速度为 v'，则：$2Mv=3Mv'$，解得：$v'=\dfrac{2v}{3}=1.33\ \mathrm{m/s}$。

4-11　(1)$\dfrac{m_1-m_2}{m_1+m_2}x_0$；(2)0；(3)$(m_1+m_2)\sqrt{\dfrac{gh}{2m_1K}}$

解析：(1)只有弹簧弹力做功，机械能守恒，且两物块动量守恒，取向右为正方向，记碰撞前 m_1 的速度为 v_1，碰撞后 m_1 的速度为 v'，m_2 的速度为 v_2，

则：$\dfrac{1}{2}kx_0^2=\dfrac{1}{2}m_1v_1^2$ ………………………………………… ①

$m_1v_1=-m_1v_1'=m_2v_2$ ………………………………………… ②

$\dfrac{1}{2}m_1v_1^2=\dfrac{1}{2}m_1v_1'^2+\dfrac{1}{2}m_2v_2^2$ ………………………………… ③

联立①②③式可得：$v'=\dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2}v_1$ ……………………………… ④

由机械能守恒定律可得：$\dfrac{1}{2}kx^2=\dfrac{1}{2}mv'^2$

解得：$\dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2}x_0$

(2)由④式可得，当 $m_1=m_2$ 时，$v'=0$，$\therefore x=0$

(3)由②式得：$v'=(m_2v_2-m_1v_1)\dfrac{1}{m_1}$ ……………………………… ⑤

又由④式得：$\left(\dfrac{m_2-m_1}{m_1+m_2}\right)v_1=(m_2v_2-m_1v_1)\dfrac{1}{m_1}$，$\therefore v_1=\dfrac{m_1+m_2}{2m_1}v_2$ …… ⑥

根据动能定理；$m_2gR=\dfrac{1}{2}m_2v_2$ ……………………………… ⑦

又弹簧弹力做功：$\dfrac{1}{2}kx_0^2=\dfrac{1}{2}m_1v_1^2$ ……………………………… ⑧

联立⑤⑥⑦⑧式得：$(m_1+m_2)\sqrt{\dfrac{gh}{2m_1k}}$

4-12　30 cm

解析：记框的质量为 M，黏性物质的质量为 m，弹簧刚开始的伸长量为 x_1，框架向下移动的最大距离为 x_2，黏性物质掉落到框的速度为 v_1，跟框一起运动的速度为 v_2，

在黏性物质掉落之前：$Mg=kx_1$ ……………………………… ①

黏性物质掉落，根据运动学公式：$v_1^2=2gh$ ……………………… ②

黏性物质与框发生碰撞，动量守恒：$mv_1=(m+M)v_2$ …………… ③

框架与黏性物质一起运动，只有弹簧弹力跟重力做功，机械能守恒，则：

$\dfrac{1}{2}kx_2^2+(m+M)gx_2=-\dfrac{1}{2}(m+M)v_2^2$ ……………………………… ④

联立①②③④，解得：$x_2=30\ \mathrm{cm}$

因此，框架向下移动的最大距离为 30 cm 。

4-13

证明：以初速度的方向为 x 轴，以垂直于初速度的方向为 y 轴建立平面直角坐标系，设碰撞后 v_1 与 x 轴

之间的夹角为 α，v_2 与 x 轴之间的夹角为 β，沿 y 轴方向，由动量守恒定律可得：

$mv_2\sin\beta - mv_1\sin\alpha = 0$，$\therefore v_2 = \dfrac{v_1\sin\alpha}{\sin\beta}$ ………………………………… ①

沿 x 轴的方向由动量守恒定律可得：$mv_0 = mv_1\cos\alpha + mv_2\sin\beta$ … ②

联立①②两式可得：$v_0 = v_1\cos\alpha + v_2\cos\beta$

$$= v_1\left(\cos\alpha + \frac{\sin\alpha\cos\beta}{\sin\beta}\right)$$

$$= \frac{v_1}{\sin\beta}(\cos\alpha\sin\beta + \sin\alpha\cos\beta) \quad \text{……………} ④$$

又碰撞过程中机械能守恒：$\dfrac{1}{2}mv_0^2 = \dfrac{1}{2}mv_1^2 + \dfrac{1}{2}mv_2^2$ ……………… ⑤

由⑤式得：$v_0^2 = v_1^2 + v_2^2$ ……………………………………………………… ⑥

$\therefore v_0$ 与 v_1，v_2 之间满足勾股定理，v_1 的方向与 v_2 的方向垂直。

4-14　(1)$\dfrac{v_0}{2}$；(2)$\sqrt{\dfrac{m}{6k}}v_0$

解析：(1)子弹击中物体 A 时，子弹与 A 组成的系统动量守恒，由动量守恒定律可得：

$$m_c v_0 = (m_A + m_c)v_1$$

$$\therefore x_1 = \frac{1}{2}v_0$$

(2)子弹击中 A 物体后，弹簧开始被压缩，以后的过程中子弹，物体 A，B 与弹簧组成的系统机械能守恒且动量守恒，当子弹，物体 A，B 的速度相等时，弹簧的弹性势能最大。

动量守恒：
$$(m_A + m_c)v_1 = (m_A + m_B + m_c)v_{共}$$

机械能守恒：
$$\Delta E_{pm} = \frac{1}{2}(m_A + m_c)v_1^2 - \frac{1}{2}(m_A + m_B + m_c)v_{共}^2$$

$$\Delta E_{pm} = \frac{1}{2}kx^2$$

以上三式联立：$x = v_0\sqrt{\dfrac{m}{6k}}$。

4-15　$\mu = \dfrac{m^2 h\cos^2\theta}{(M+m)^2 L} - \dfrac{kL}{2(m+M)g}$

解析：记木块滑下的初速度为 v_0，木块与木箱共同运动的速度为 v_1，木块静止从 h 的地方滑下，机械能守恒：$mgh = \dfrac{1}{2}mv_0^2$

木块与木箱动量守恒，且木块只取向右的方向：$mv_0\cos\theta = (m+M)v_1$

由动能定理可知：$\dfrac{1}{2}kL^2 + \mu(m+M)gL = \dfrac{1}{2}(m+M)v_1^2$

以上三式联立：$\mu = \dfrac{m^2 h\cos^2\theta}{(M+m)^2 L} - \dfrac{kL}{2(M+m)g}$