习题 7 答案

7-1　D

7-2　C

7-3　A

7-4　A，C

7-5　D

7-6　A；$\frac{B}{C}$；$\frac{2\pi}{B}$；$\frac{2\pi}{C}$；CD

7-7　0. 233 m

7-8　130 cm；299 m/s

7-9　π；$\frac{3}{2}\pi$

7-10　$A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)+\pi\right]$；$A\cos\left[2\pi\left(\nu t-\frac{x}{\lambda}\right)\right]$

7-11　略

7-12

解析：(1)振动方程为

$y=6.0\times10^{-2}\cos\frac{\pi}{5}\left(t-\frac{x}{v}\right)=6.0\times10^{-2}\cos\frac{\pi}{5}(t-3)$

(2)由(1)得

$y=6.0\times10^{-2}\cos\frac{\pi}{5}(t-3)=6.0\times10^{-2}\cos\left(\frac{\pi}{5}t-\frac{3\pi}{5}\right)$

因此该点与波源的相位差为$-\frac{3\pi}{5}$。

7-13

解析：(1)波动方程为

$y=A\cos\left[w\left(t-\frac{x}{\mu}\right)+\varphi\right]=0.1\cos\left[4\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)\right]$

将 $\lambda=10$ m，$x=\frac{\lambda}{2}$代入上式，可得

$y=0.1\cos[4\pi(t-0.25)]$

(2)振速为 $v=\frac{\partial y}{\partial t}=-0.4\pi\sin\left[4\pi\left(t-\frac{x}{20}\right)\right]$

将 $t=\frac{T}{2}=0.25$ s，$x=\frac{\lambda}{4}=2.5$ m 代入上式，可得

$v=-0.4\pi\sin[4\pi(0.25-0.125)=-1.26$ m/s

即质点的振速为 1. 26 m/s

7-14

解析：(1)由题可知，$A=3\times10^{-2}$，$\varphi_0=-\frac{1}{4}$，$u=20$，$\omega=4\pi$

以 A 为坐标原点，波函数为：

$$y = A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\varphi_0\right]$$
$$= 3\times10^{-2}\cos\left[4\pi\left(t+\frac{x}{20}\right)-\frac{1}{4}\right]$$
$$= 3\times10^{-2}\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{5}x-\pi\right)$$

将 $x=9$ 代入公式，得 D 点的振动方程为：

$$y_D = 3\times10^{-2}\cos\left(4\pi t+\frac{\pi}{5}\times9-\pi\right)$$
$$= 3\times10^{-2}\cos 4\pi(t-0.2)$$

(2)以 O 为坐标原点，波函数为：

$$y = A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x-x_a}{u}\right)+\varphi_0\right]$$
$$= 3\times10^{-2}\cos\left[4\pi\left(t-\frac{x-5}{20}\right)-\frac{1}{4}\right]$$
$$= 3\times10^{-2}\cos\left(4\pi t-\frac{\pi}{5}x\right)$$

同理，得 D 点的振动方程为：

$$y = 3\times10^{-2}\cos\left(4\pi t-\frac{\pi}{5}x\right)$$
$$= 3\times10^{-2}\cos 4\pi(t-0.2)$$

7-15

解析：(1)根据公式 $\bar{I}=\bar{\omega}u$，得平均能流密度

$$\bar{\omega}=\frac{\bar{I}}{\bar{u}}=\frac{18\times10^{-3}}{340}=5.3\times10^{-5}\ \text{J/m}^3$$

最大能量密度

$$\omega_{\max}=2\omega=2\times5.3\times10^{-5}=1.06\times10^{-6}\ \text{J/m}^3$$

(2)

$$E = \bar{\omega}\Delta v=\bar{\omega}(\lambda s)$$
$$= \bar{\omega}\ \frac{u}{v}(\pi r^2)$$
$$= 5.3\times10^{-5}\times\frac{340}{300}\times\pi\left(\frac{10}{2}\right)^2$$
$$= 4.7\times10^{-3}\ \text{J}$$

即每两个相邻同相面间的波段中含有 4.7×10^{-3} J。

7-16

解析：由题可知

$$BP=\sqrt{15^2+20^2}=25\ \text{m},\ \lambda=\frac{u}{v}=\frac{10}{100}=0.1\ \text{m}$$

设 A 的相位较 B 超前，$\varphi_A-\varphi_B=\pi$

$$\Delta\varphi=\varphi_A-\varphi_B-2\pi\frac{BP-AP}{\lambda}=-\pi-2\pi\frac{25-15}{0.1}=-201\pi$$

点 P 振动减弱，合振幅为：

$$A=|A_1-A_2|=0$$

所以 P 点保持不动。

7-17

解析：

(1)由题可知，入射波波动方程为 $y_{入}=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda}\right)$，自由端不存在半波损失，反射波的波动方程为：

$$y_{反}=A\cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

(2)驻波方程为

$$y=y_{入}+y_{反}=A\cos 2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda})+A\cos 2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})=A\cos 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos 2\pi\frac{1}{T}$$

(3)满足以下条件为波腹：$\frac{2\pi x}{\lambda}=k\pi$，$x=k\frac{\lambda}{2}$，$k=0$，1，2……

满足以下条件为波节：$\frac{2\pi x}{\lambda}=(2k+1)\pi$，$x=(2k+1)\frac{\lambda}{4}$，$k=0$，1，2……

7-18

解析：

(1)设 $y=A\cos\omega(t+\varphi)$，当处于 B 点时，有

$$x_0=-A,$$

$\therefore \varphi=\pi$

$\because$ 是以波速 u 向 x 轴方向传播的，$\therefore y=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\pi\right]$

(2)设 $y_{\lambda}=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)+\varphi_1\right]$

当以 D 为坐标原点，初始条件 $t=$时，$x_0=0$，$\therefore \varphi_1=-\frac{\pi}{2}$

$\therefore y_{\lambda}=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)-\frac{\pi}{2}\right]$

由于反射波有半波损失，则

$y_{反}=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)-\frac{\pi}{2}+\pi\right]=A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\frac{\pi}{2}\right]$

(3)合成波：

$$\begin{aligned}y&=y_{\lambda}+y_{\bar{x}}\\&=A\cos\left[\omega\left(t-\frac{x}{u}\right)-\frac{\pi}{2}+A\cos\left[\omega\left(t+\frac{x}{u}\right)+\frac{\pi}{2}\right]\right]\\&=2A\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}\cos\omega t(\omega=2\pi v)\end{aligned}$$

当 $\left|\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}\right|=1$ 时，可有：

$$2\pi\frac{x}{\lambda}=(2k+1)\frac{\pi}{2}$$

$\therefore$ $$x=(2k+1)\frac{\pi}{4},\ k=0,\ \pm1,\ \pm2\cdots\cdots$$

所以波腹坐标为$-\frac{\lambda}{4}$，$-\frac{3\pi}{4}\lambda$，$-\frac{5\pi}{4}\lambda\cdots\cdots$

当 $\sin 2\pi\frac{x}{\lambda}=0$ 时，有：

$$2\pi\frac{x}{\lambda}=k\pi$$

$\therefore$ $$x=k\frac{\lambda}{2},\ k=0,\ \pm1,\ \pm2\cdots\cdots$$

所以波节坐标为 0，$-\frac{\lambda}{2}$，$-\frac{3\pi}{2}\lambda\cdots\cdots$

7-19

解析：

(1) $\because$ 沿 x 轴正方向传播，$u=4\ \text{m/s}$，$A=4\ \text{cm}=0.04\ \text{m}$，$T=4$，$\therefore\ \omega=\frac{2\pi}{4}=\frac{\pi}{2}$

$\therefore$ 波的方程为：$y=0.04\cos\frac{\pi}{2}\left(t-\frac{x}{4}\right)$

(2) 图略。

7-20

解析：

设火车的速度为 v_0，声速为 v，当火车靠近时，声波的波长被压缩为

$$\lambda'=vT-v_0T=\frac{v-v_0}{f_0}$$

观察者听到的频率即

$$440=\frac{v-v_0}{f_0}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\ ①$$

同理，当火车远离时，有

$$392=\frac{v-v_0}{f_0}\quad\cdots\cdots\cdots\cdots\ ②$$

联立①②式解得

$$v_0=19\ \text{m/s}$$

即火车行驶的速度为 19 m/s。