



湖南三一工业职业技术学院
HUNAN SANY POLYTECHNIC COLLEGE

第二章 正弦交流电路及其应用





学习目标

通过本章学习应达到：

- ① 理解正弦交流电的基本概念及有关参数。掌握正弦量的有效值、最大值、平均值及其相互关系；
- ② 掌握正弦交流电三要素，解析式、波形图、相量图3种表示法及其相互转换；
- ③ 掌握正弦交流电路中元件 R 、 L 、 C 的电压、电流关系。感抗、容抗的概念及单一参数正弦交流电路的分析方法；
- ④ 掌握 RL 、 RC 、 RLC 串联电路的分析方法，阻抗、电压、功率三角形的概念以及功率因素的提高



目录

- 1、正弦波交流电的基本知识
- 2、单一元件的正弦交流电路
- 3、RLC串联和并联电路
- 4、电路谐振



第一节 正弦交流电的基本知识

重点内容:

正弦交流电的三要素

正弦交流电的相量表示法

难点内容:

正弦交流电的角频率、有效值、相位、初相位和
相位差



新课导入:

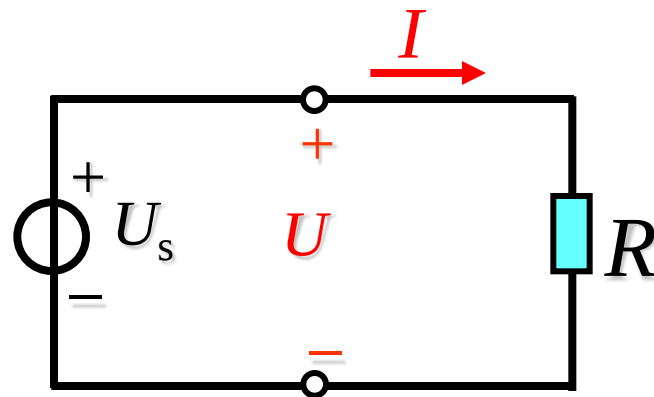
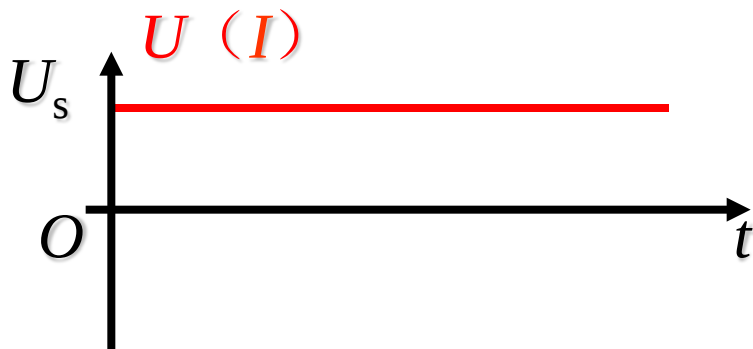
在实际应用中，除了直流电路外，更多的是正弦交流电路，发电厂提供的电压和电流，几乎都是随时间按正弦规律变化的。这是因为有以下两个方面的原因

- 1、首先，正弦信号容易产生，应用广泛。电力系统中发电机提供的50Hz交流电和通信技术中所采用的“载波”信号都是正弦波
- 2、其次，从信号分析的角度来看，正弦信号是一种简单的、基本的信号。另外正弦信号进行各种运算，如加减、积分和微分运算后仍为同频正弦信号。因此，当多个同频正弦电源作用于线性电路时，根据线性电路的叠加性质，电路全部稳态响应皆为同一频率的正弦量

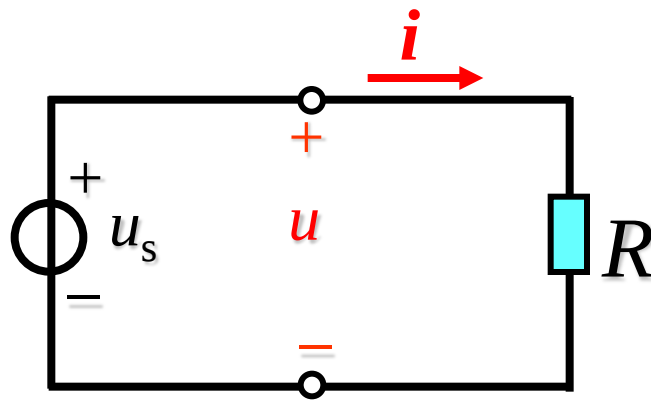
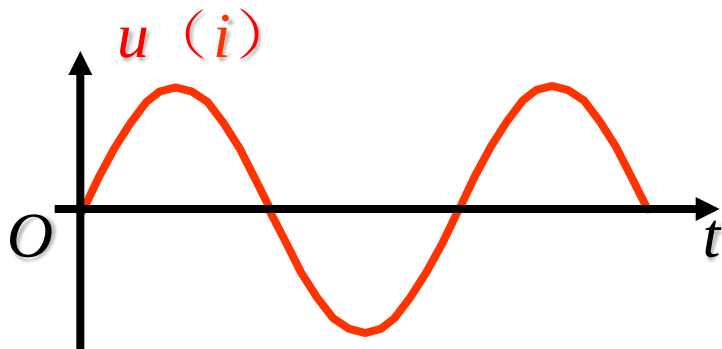


交流和直流的区别

1. 直流电量:不随时间变化的电压和电流的统称。



2. 交流电量（或称正弦交流电）：随时间按正弦规律做周期性变化的电压和电流的统称。





交流电的概念

交流电（alternating current），简称为AC，又称“交变电流”。一般指大小和方向随时间作周期性变化的电压或电流。在实用中，交流电用符号“~”表示。

大小及方向均随时间按正弦规律做周期性变化的电流、电压、电动势叫做正弦交流电流、电压、电动势，它们在某一时刻 t 的值称为瞬时值，可用三角函数式（瞬时值表达式）来表示。



正弦交流电路

如果在电路中电动势的大小与方向均随时间按正弦规律变化，由此产生的电流、电压大小和方向也是正弦的，这样的电路称为**正弦交流电路**

正弦交流电的优越性：

便于传输、分配和使用；

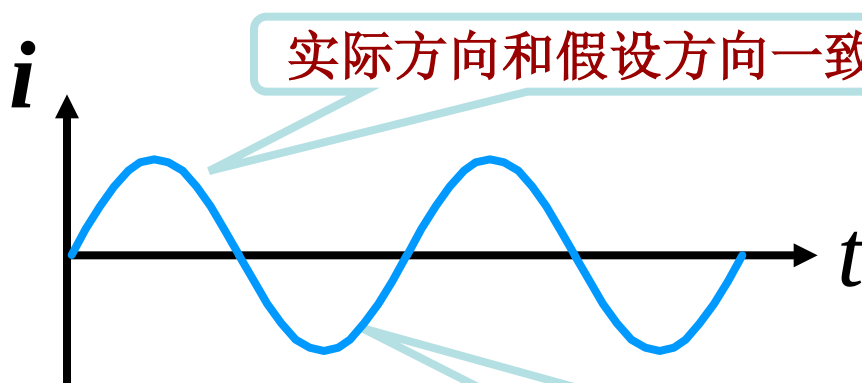
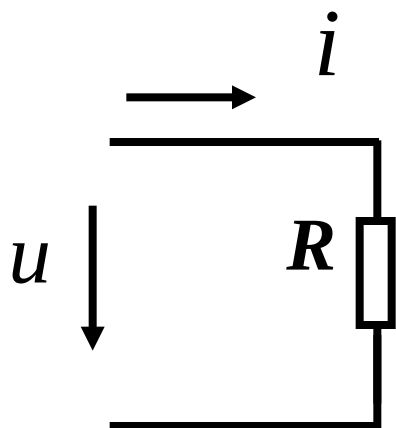
有利于电器设备的运行和维护；

• • • • •



正弦交流电的方向

正弦交流电也有正方向,一般按正半周的方向假设。



实际方向和假设方向一致

实际方向和假设方向相反

交流电路进行计算时,首先也要规定物理量的正方向,然后才能用数字表达式来描述。



正弦量的三要素

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

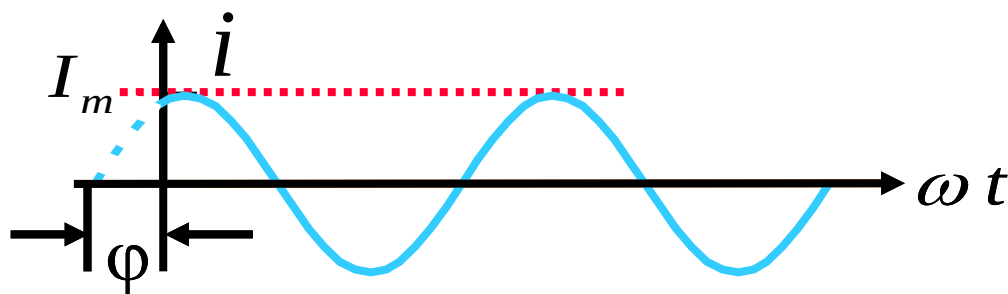
振幅

角频率

相位

初相角：简称初相

振幅、角频率和初相称为正弦量的三要素。





正弦量的三要素之一——幅度（最大值）

1. 描述正弦量大小的要素

$$i = I_m \sin(\omega t + \varphi)$$

I_m 为正弦电流的**最大值**

最大值电量名称必须大写，下标加 m 。

如： U_m 、 I_m

在工程应用中常用**有效值**表示幅度。常用交流电表指示的电压、电流读数，就是被测物理量的有效值。标准电压220V，也是指供电电压的有效值。



正弦量的三要素之一——幅度（有效值）

有效值电量必须大写

如：U、I

有效值概念

热效应相当

$$\int_0^T \underbrace{i^2 R dt}_{\text{交流}} = \underbrace{I^2 RT}_{\text{直流}}$$

则有

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$$

（均方根值）

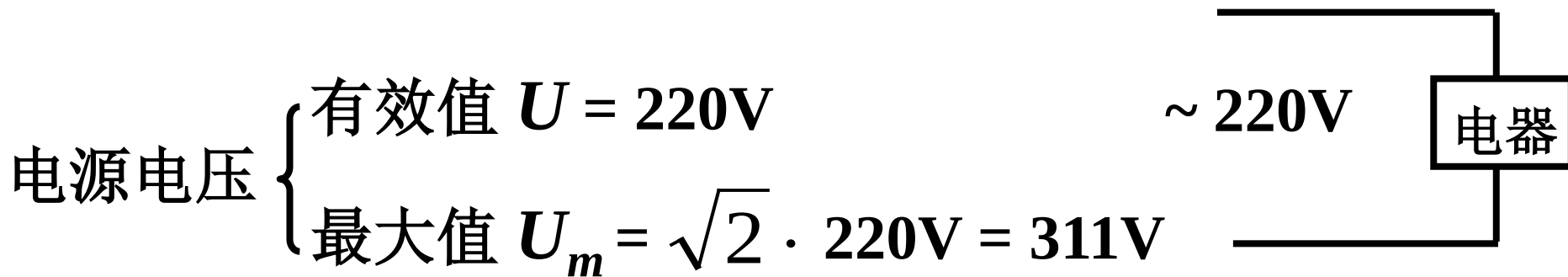
当 $i = I_m \sin(\omega t + \phi)$ 时，可得

$$I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$$



问题与讨论

若购得一台耐压为 300V 的电器，是否可用于 220V 的线路上？



该用电器最高耐压低于电源电压的最大值，所以不能用。

【特别提示】我国工业和民用交流电源的有效值为 220 V，工程上所说的交流电压、电流值指的是有效值，电气铭牌额定值、交流电表读数也是有效值。



正弦量的三要素之一——频率

2. 描述正弦量变化快慢的要素

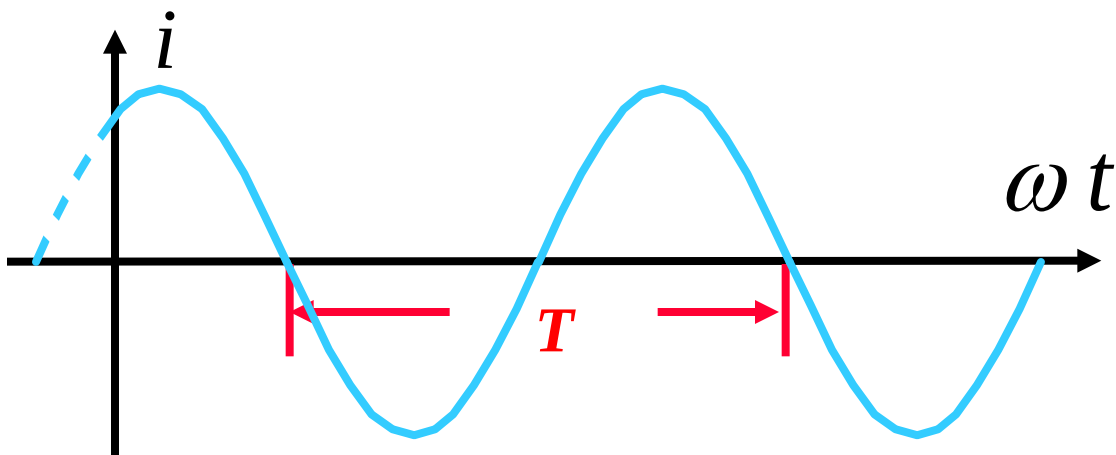
周期 T ：正弦量变化一周所需的时间（秒，s）

频率 f ：每秒内变化的次数（赫兹，Hz）

角频率 ω ：每秒变化的弧度数（弧度/秒，rad/s）

$$f = \frac{1}{T}$$

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$





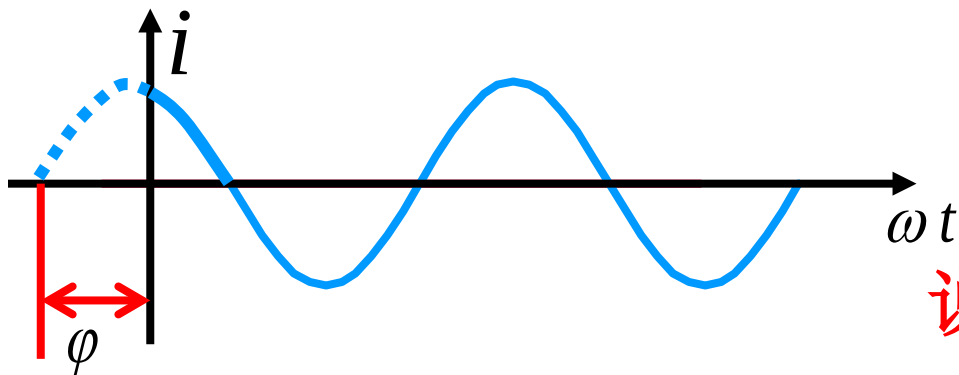
正弦量的三要素之一——初相位

3. 描述正弦量起始位置的要素

$$i = \sqrt{2}I \sin(\omega t + \varphi)$$

$(\omega t + \varphi)$: 正弦波的相位角或相位

φ : $t = 0$ 时的相位, 称为**初相位或初相角**。



说明: 给出了观察正弦波的计时起点的状态, 取值范围在 $-180^{\circ} \sim +180^{\circ}$



小知识

- * 电网频率：我国 50 Hz ， 美国、日本 60 Hz
- * 无线通信频率： 30 kHz ~ 30MHz
- * 中频炉频率： 500 ~ 8000 Hz
- * 高频炉频率： 200 ~ 300 kHz



练习

已知： $i = \sin(1000t + 30^\circ)$ 写出此正弦量的三要素

幅度： $I_m = 1A$ $I = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.707A$

频率： $\omega = 1000 \text{ rad/s}$
 $f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1000}{2\pi} = 159 \text{ Hz}$

初相位： $\varphi = 30^\circ$



相位差 φ ：两个**同频率**正弦量间的相位之差（初相差）

如： $u = U_m \sin(\omega t + \psi_u)$

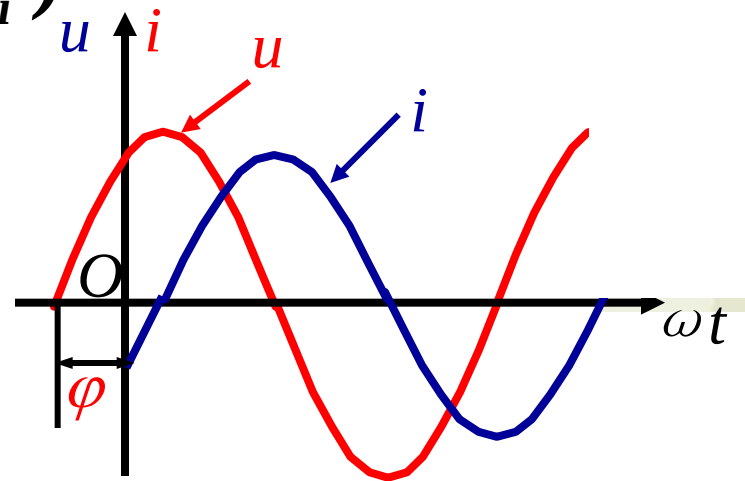
$$i = I_m \sin(\omega t + \psi_i)$$

$$\varphi = (\omega t + \psi_u) - (\omega t + \psi_i)$$

$$= \psi_u - \psi_i$$

若 $\varphi = \psi_1 - \psi_2 > 0$

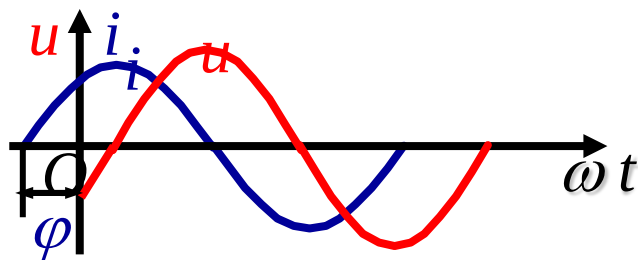
电压超前电流 φ





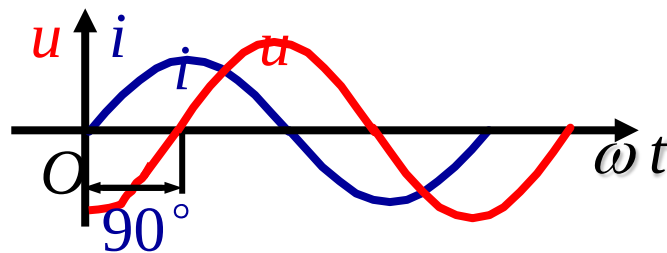
$$\varphi = \psi_u - \psi_i < 0$$

电压滞后电流 φ



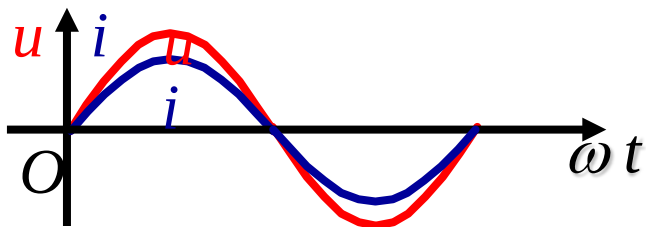
$$\varphi = \psi_u - \psi_i = -90^\circ$$

电流超前电压 90°



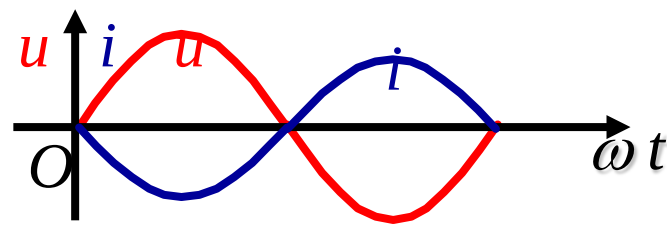
$$\varphi = \psi_u - \psi_i = 0$$

电压与电流同相



$$\varphi = \psi_u - \psi_i = \pm 180^\circ$$

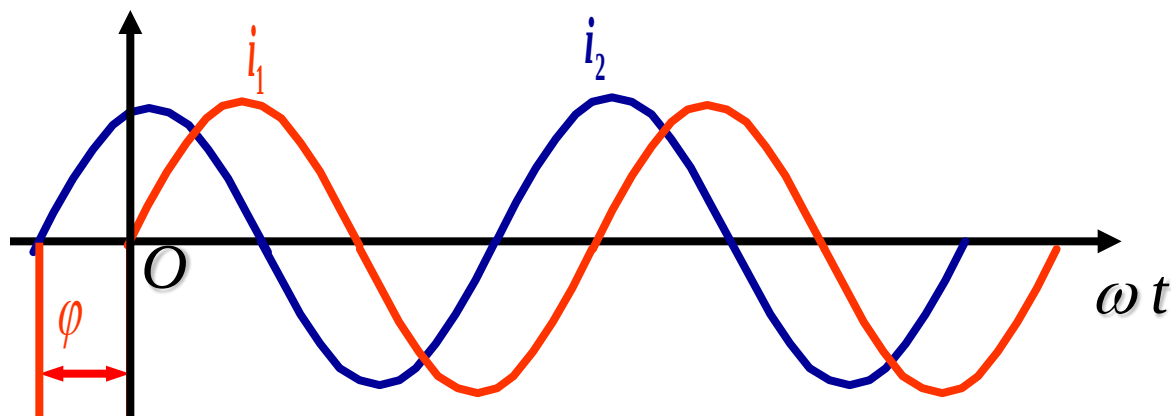
电压与电流反相





注意

- ① 两同频率的正弦量之间的相位差为常数，与计时的选择起点无关。



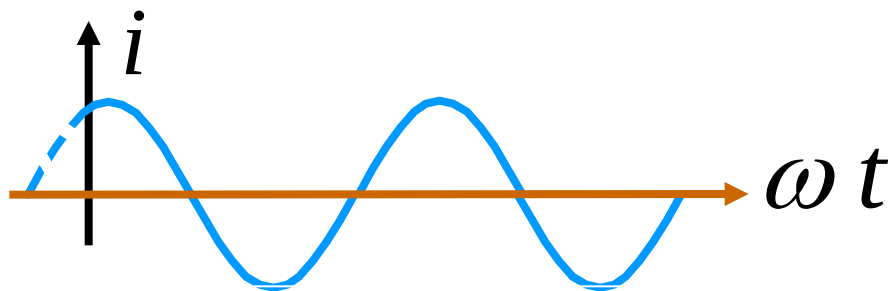
- ② 不同频率的正弦量比较无意义。



正弦量的相量表示方法

正弦波的表示方法：

❖ 波形图



❖ 瞬时值表达式

$$i = \sin(1000t + 30^\circ)$$

❖ 相量

重点

必须
小写

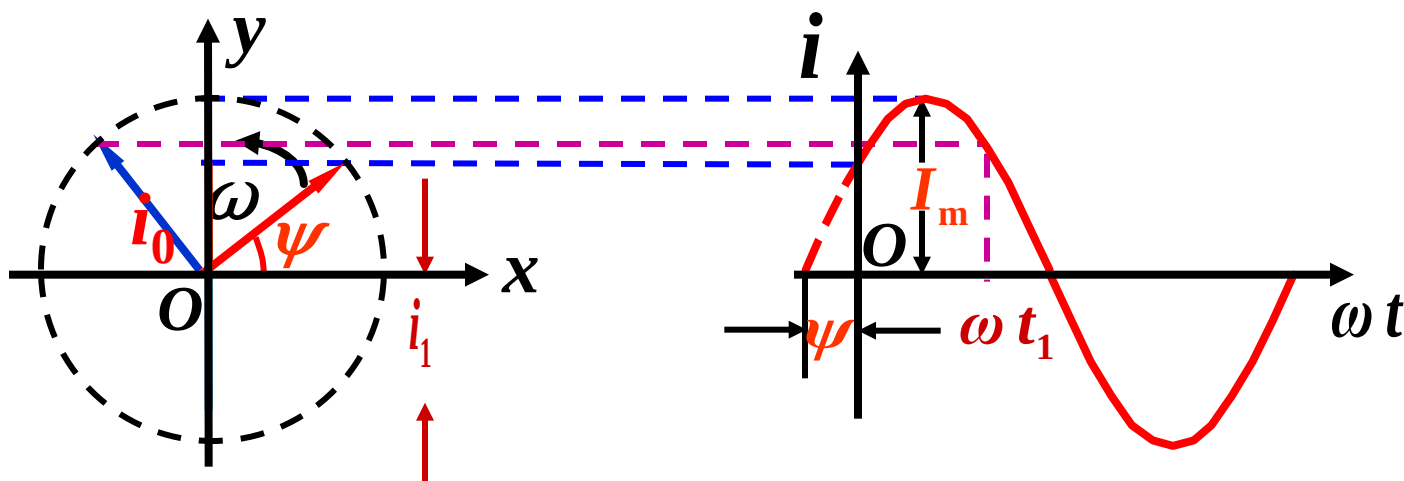
前两种不便于运算，重点介绍相量表示法。

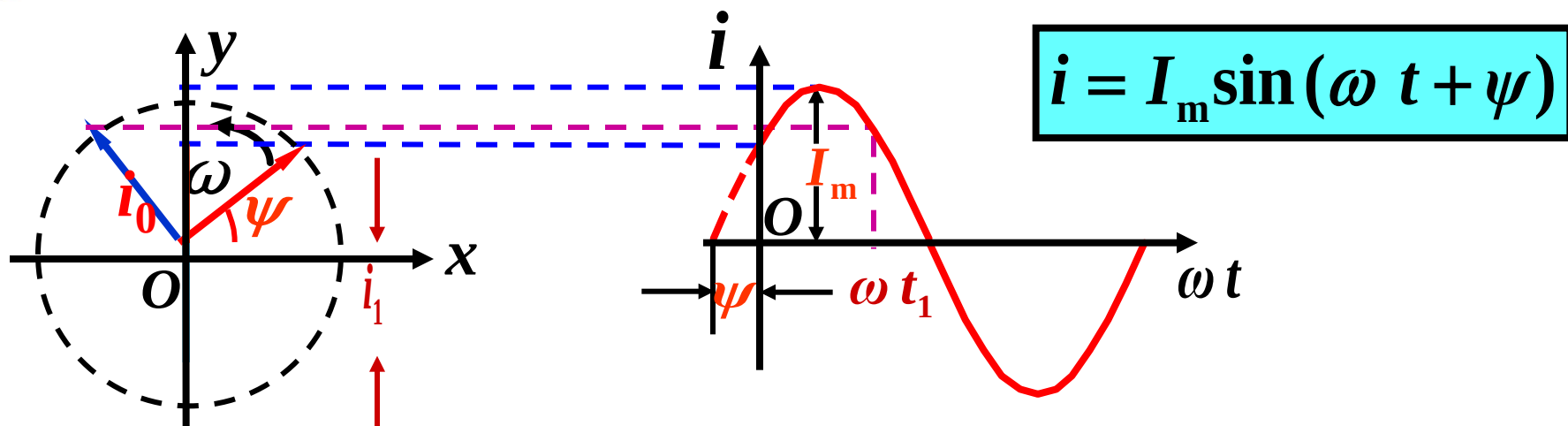


正弦量与复数的关系

设正弦量: $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$

可用旋转矢量表示





若: 矢量长度 = 最大值 I_m

初相位 ψ $\longleftrightarrow$ 矢量与横轴夹角

角频率 ω $\longleftrightarrow$ 矢量按逆时针方向旋转角速度

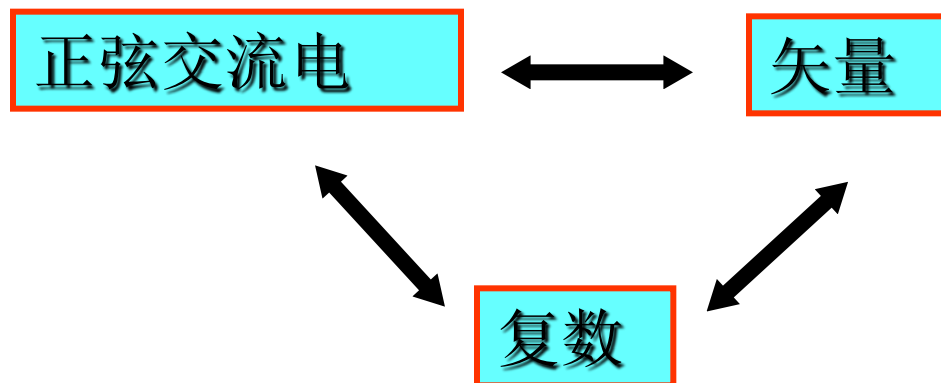
瞬时值 i $\longleftrightarrow$ 矢量每一瞬时纵轴上的投影

$$t=0 \text{ 时, } i_0 = I_m \sin \psi$$

$$t=t_1 \text{ 时, } i_1 = I_m \sin(\omega t + \psi)$$



正弦交流电路中的电压、电流与正弦电源为同频率。
故只分析最大值（或有效值）和初相角两个因素即可。



结论：正弦交流电可用静止矢量表示，静止矢量置于复平面就是复数，所以，正弦交流电也可用复数直接表示。



相量：用来表示正弦量的复数称相量。

模用最大值表示，符号：

$$\dot{U}_m、\dot{I}_m$$

实际应用中，模多采用有效值，符号：

$$\dot{U}、\dot{I}$$

例如：已知 $u = 220 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{V}$

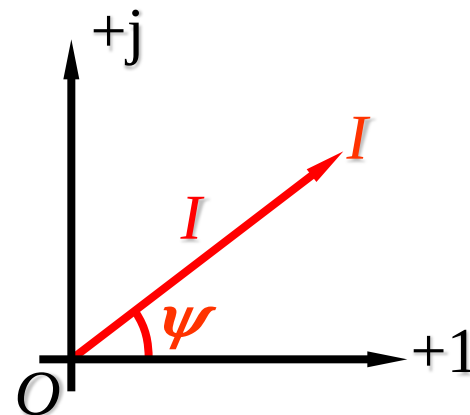
$$\text{则 } \dot{U}_m = 220e^{j45^\circ} \text{V 或 } \dot{U} = \frac{220}{\sqrt{2}}e^{j45^\circ} \text{V}$$



设正弦量: $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$

$$\dot{I} = I e^{j\psi} = I \angle \psi \left\{ \begin{array}{l} \text{相量的模=正弦量的有效值} \\ \text{相量辐角=正弦量的初相角} \end{array} \right.$$

电流的有
效值相量



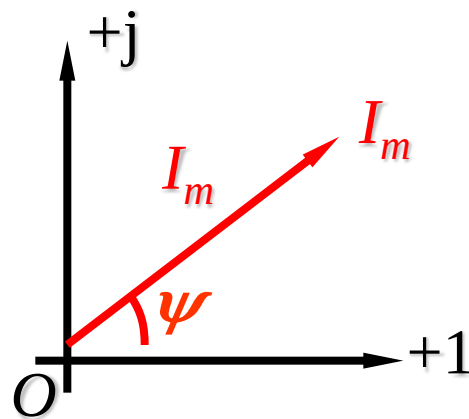


相量书写方式

设正弦量: $i = I_m \sin(\omega t + \psi)$

$$\dot{I}_m = I_m e^{j\psi} = I_m \angle \psi \left\{ \begin{array}{l} \text{相量的模=正弦量的最大值} \\ \text{相量辐角=正弦量的初相角} \end{array} \right.$$

电流的幅
值相量



$$A = a + jb = r \cos \psi + j r \sin \psi = r e^{j\psi} = r \angle \psi$$



有效值相量和最大值相量的关系：

$$\dot{I}_m = \sqrt{2}\dot{I}$$

$$\dot{U}_m = \sqrt{2}\dot{U}$$



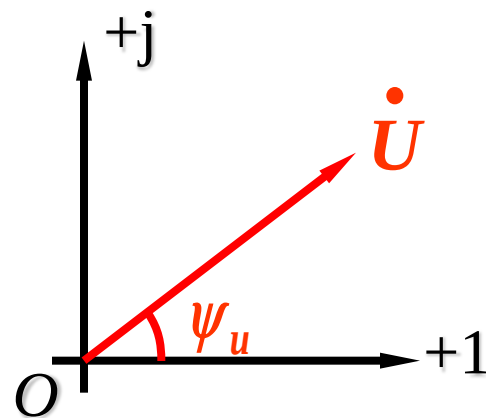
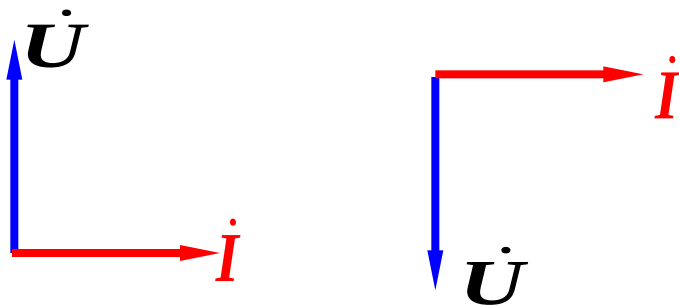
相量的表示形式

相量式:

$$\dot{U} = Ue^{j\psi} = U\angle \psi = U(\cos \psi + j\sin \psi)$$

相量图:

把相量表示在复平面的图形。





注意

1. 正弦交流电不是矢量，也不是复数，仅用它们表示，借用两种计算方法，简化运算

相量只是表示正弦量，而不等于正弦量。

$$i = I_m \sin(\omega t + \psi) \neq I_m e^{j\psi} = I_m \angle \psi$$

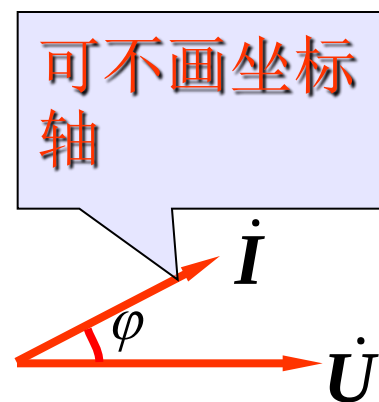
不能表示正弦交流电的瞬时值

2. 只有正弦量才能用相量表示
非正弦量不能用相量表示。



3. 只有同频率的正弦量才能画在同一相量图上

不考虑角频率和瞬时值，只画出振幅（有效值）和初相。



正弦波相量表示法举例

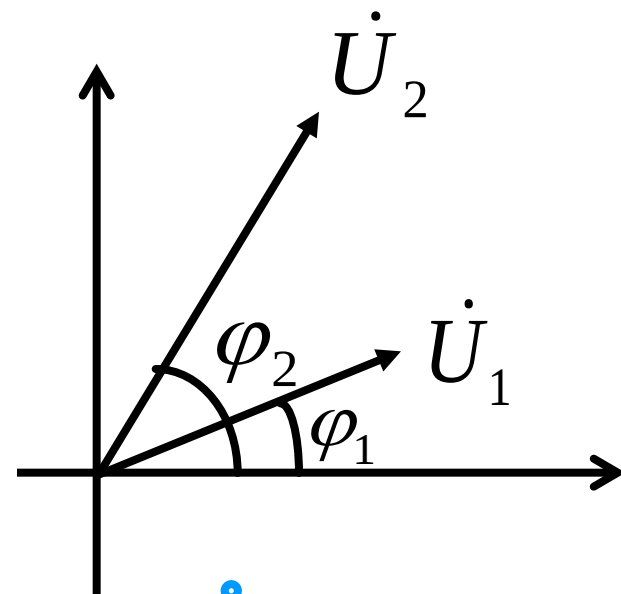
例：将 u_1 、 u_2 用相量表示

$$u_1 = \sqrt{2}U_1 \sin(\omega t + \varphi_1)$$

$$u_2 = \sqrt{2}U_2 \sin(\omega t + \varphi_2)$$

设：{ 幅度：相量大小 $U_2 > U_1$
相位： $\varphi_2 > \varphi_1$

$\dot{U}_1$ 落后于 $\dot{U}_2$





正弦波相量表示法举例

例 已知 i_1 、 i_2 ，试求总电流 i 的有效值及瞬时值表达式。

$$i_1 = 8\sqrt{2} \sin(\omega t + 60^\circ) \text{ A}$$

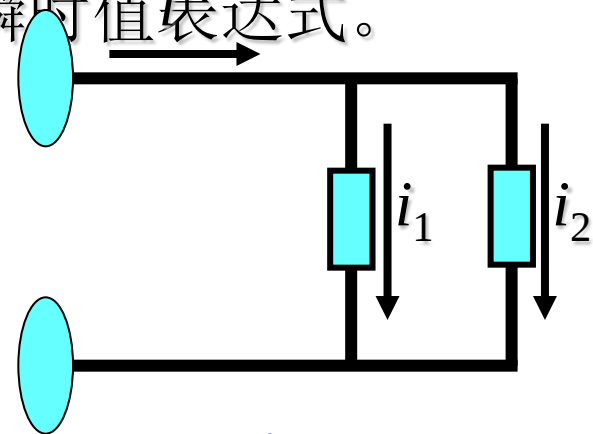
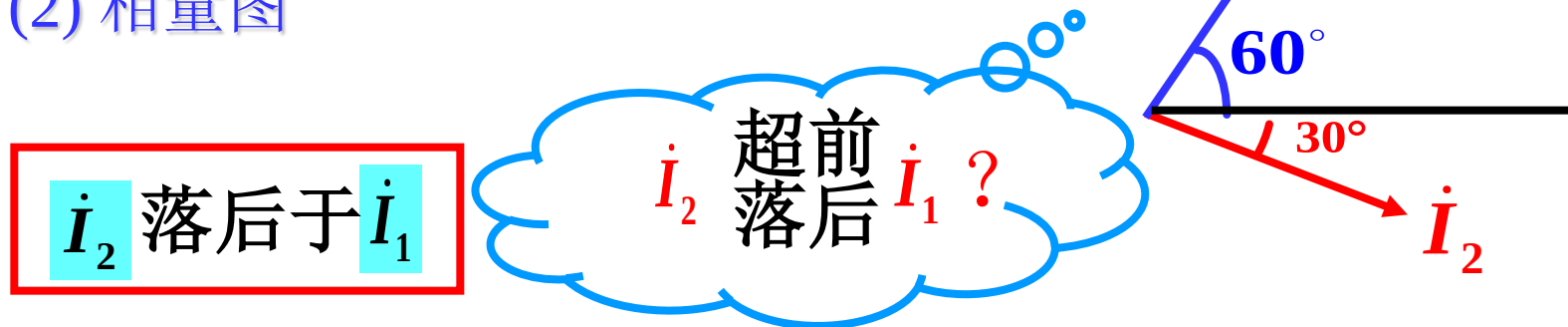
$$i_2 = 6\sqrt{2} \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A}$$

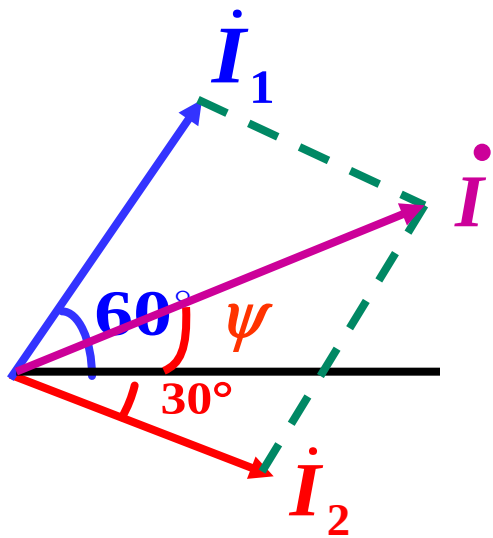
解: (1) 相量式

$$\dot{I}_1 = 8 \angle 60^\circ \text{ A}$$

$$\dot{I}_2 = 6 \angle -30^\circ \text{ A}$$

(2) 相量图





$$I = \sqrt{I_1^2 + I_2^2}$$

$$= \sqrt{8^2 + 6^2} \text{ A} = 10 \text{ A}$$

$$\psi = \arctan \frac{b}{a} - 30^\circ$$

$$= 23.1^\circ$$

总电流瞬时值表达式:

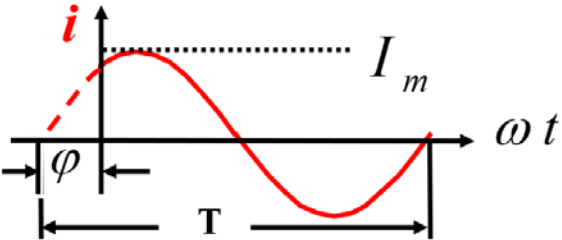
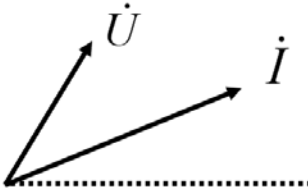
$$i = 10 \sqrt{2} \sin(\omega t + 23.1^\circ) \text{ A}$$

有效值 $I = 10 \text{ A}$



小结

1、正弦量的四种表示方法

波形图	
瞬时值	$u = U_m \sin(\omega t + \varphi)$
相量图	
复数 符号法	$\dot{U} = a + jb = Ue^{j\varphi} \Rightarrow U \angle \varphi$



2、符号说明

瞬时值 --- 小写 u 、 i

有效值 --- 大写 U 、 I

最大值 --- 大写+下标 U_m

复数、相量 --- 大写 + “.” $\dot{U}$



作业



通过本节的学习，掌握正弦交流的概念；正弦交流量的表示方法

习题：根据给的正弦量的瞬时值表达式，写出三要素，并画出相量图。

$$u_1 = 141 \sin(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$u_2 = 84.6 \sin(\omega t - 30^\circ) \text{ A}$$





湖南三一工业职业技术学院
HUNAN SANY POLYTECHNIC COLLEGE

品质改变世界

谢谢大家