



湖南三一工业职业技术学院
HUNAN SANY POLYTECHNIC COLLEGE

第二章 正弦交流电路及其应用





第三节 RLC串联电路

重点内容:

RLC串联电路电压与电流之间的关系

RLC电路中复阻抗

难点内容:

RLC串联电路的功率



任务导入

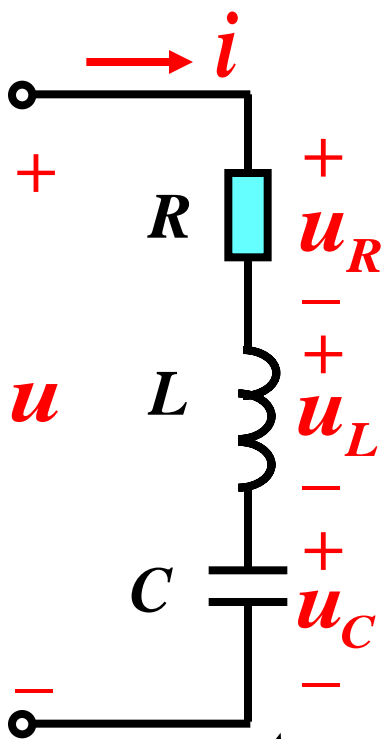
实际电路一般都是由几种理想元件组成。

研究含有几个参数的电路更有实际意义。

*RLC*串联电路是一种典型电路。

*RLC*串联电路的特例是单一参数电路、*RL*串联电路、*RC*串联电路。

一、电压与电流之间的关系



直流电路两电阻串联时

$$U = IR_1 + IR_2$$

RLC串联交流电路中

设: $i = I_m \sin \omega t$

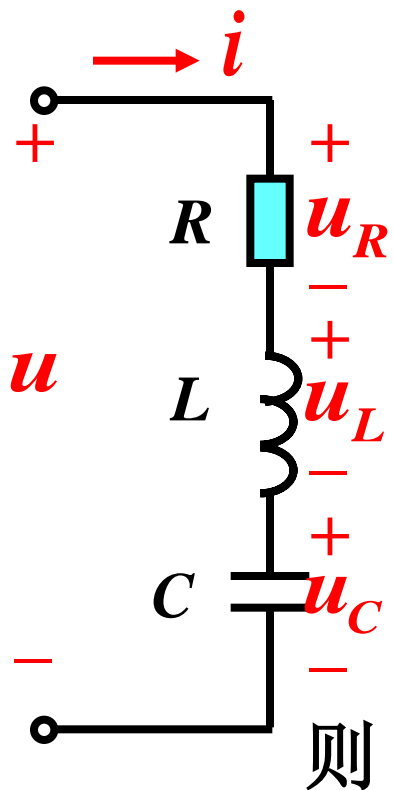
$$U = IR + I\omega L + I / \omega C$$

交流电路、 \dot{U} 、 \dot{i} 与参数 R 、 L 、 C 、 ω 间的关系如何?

讨论



(一) 瞬时值表达式



根据KVL可得:

$$\begin{aligned} u &= u_R + u_L + u_C \\ &= iR + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \end{aligned}$$

设: $i = I_m \sin \omega t$

则 $u = I_m R \sin \omega t + I_m (\omega L) \sin (\omega t + 90^\circ)$

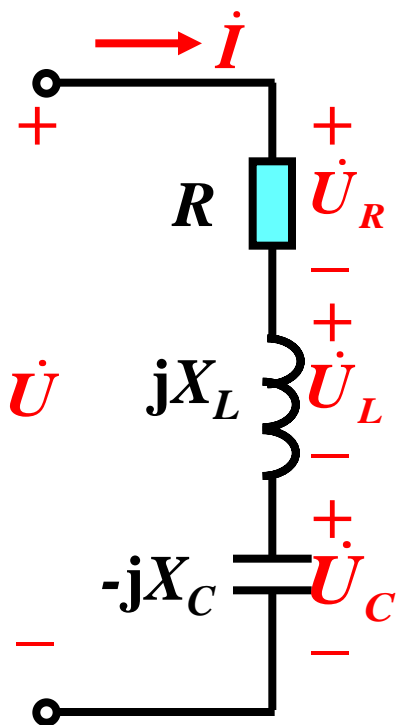
$$+ I_m \left(\frac{1}{\omega C} \right) \sin (\omega t - 90^\circ)$$

为同频率
正弦量





(二) 相量表达式



$$\dot{U} = \dot{U}_R + \dot{U}_L + \dot{U}_C$$

设 $\dot{I} = I \angle 0^\circ$ (参考相量)

则 $\dot{U}_R = R\dot{I}$

$$\dot{U}_L = jX_L \dot{I}$$

$$\dot{U}_C = -jX_C \dot{I}$$

$$\begin{aligned}\dot{U} &= R\dot{I} + jX_L \dot{I} - jX_C \dot{I} \\ &= [R + j(X_L - X_C)]\dot{I}\end{aligned}$$

为总电压与总电流的相量关系式



根据 $\dot{U} = \dot{I} [R + j(X_L - X_C)]$

令 $Z = R + j(X_L - X_C)$ 复阻抗

则 $\dot{U} = Z\dot{I}$

复数形式的
欧姆定律

$$Z = \frac{\dot{U}}{\dot{I}} = \frac{U \psi_u}{I \psi_i} = |Z| \varphi = \frac{U}{I} \psi_u - \psi_i$$

Z的模表示 u 、 i 的大小关系，辐角（阻抗角）为 u 、 i 的相位差。

注意： Z 是一个复数计算量，不是相量，上面不能加点。



$$\mathbf{Z} = |\mathbf{Z}| \angle \varphi = \mathbf{R} + \mathbf{j}(X_L - X_C)$$



阻抗模: $|\mathbf{Z}| = \frac{U}{I} = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$

阻抗角: $\varphi = \psi_u - \psi_i = \arctan \frac{X_L - X_C}{R} = \arctan \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$

★ φ 由电路参数决定。

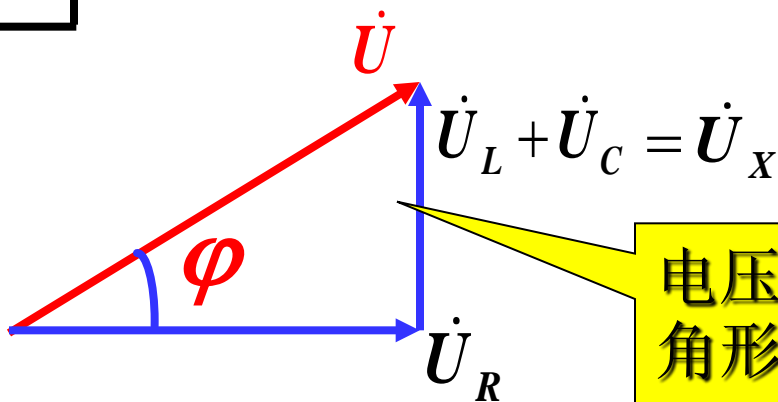
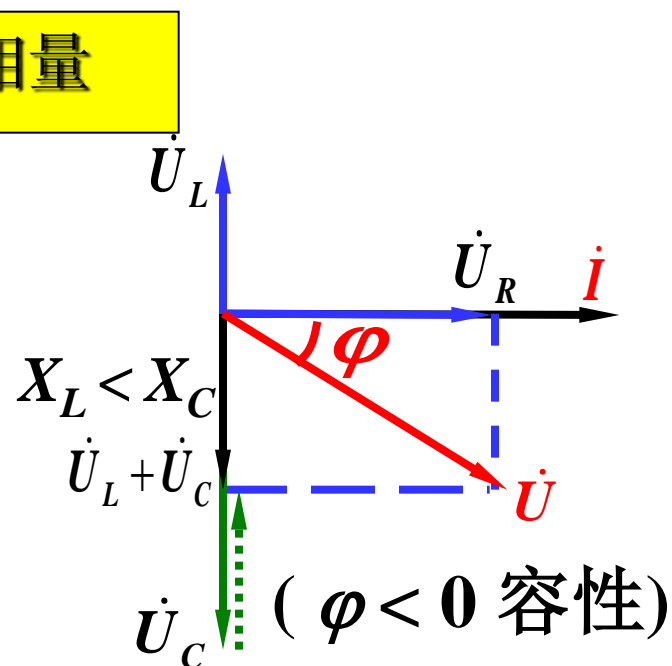
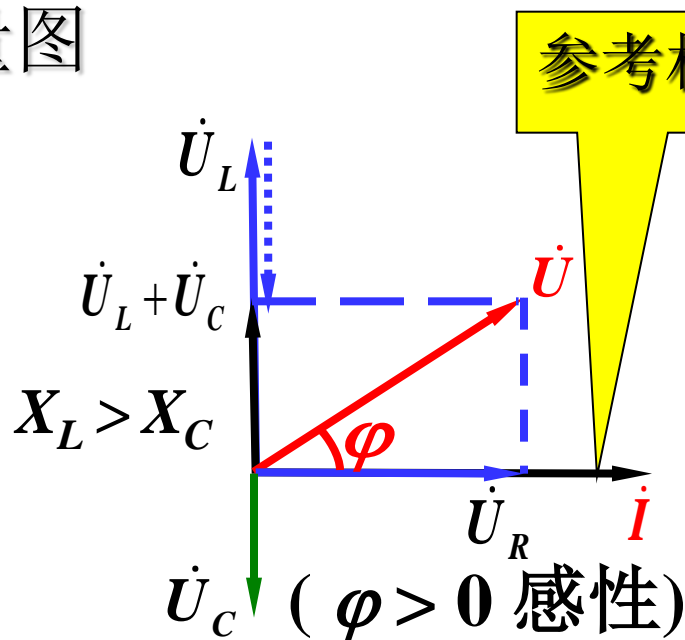
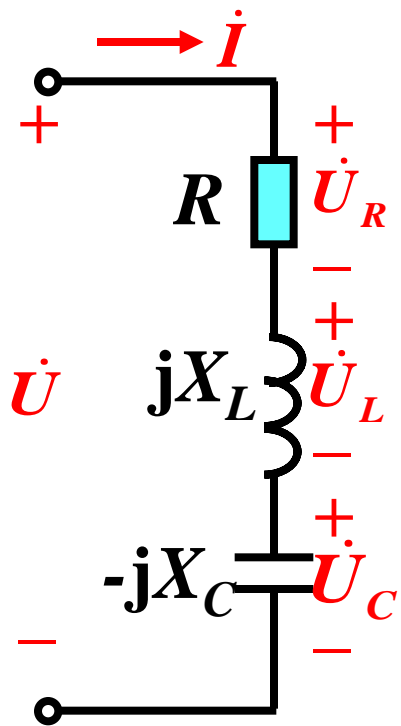
电路参数与电路性质的关系:

当 $X_L > X_C$ 时, $\varphi > 0$, u 超前 i — 呈感性

当 $X_L < X_C$ 时, $\varphi < 0$, u 滞后 i — 呈容性

当 $X_L = X_C$ 时, $\varphi = 0$, u, i 同相 — 呈电阻性

(三) 相量图

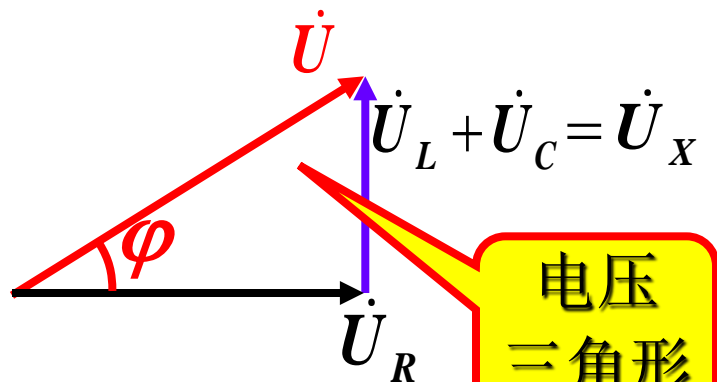


由电压三角形可得:

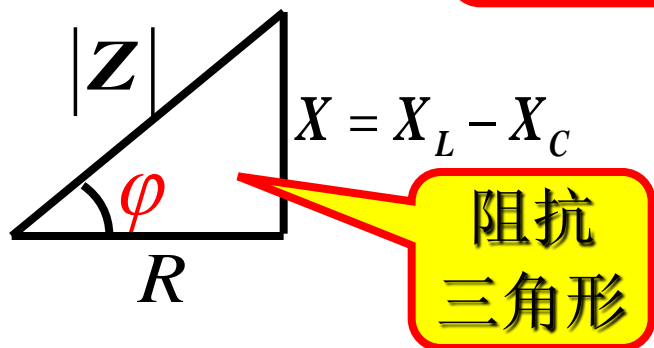
$$U_R = U \cos \varphi$$

$$U_x = U \sin \varphi$$

由相量图可求得:



$$\begin{aligned}
 U &= \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2} \\
 &= I \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\
 &= I \sqrt{R^2 + X^2} \\
 &= I |Z|
 \end{aligned}$$



由阻抗三角形:

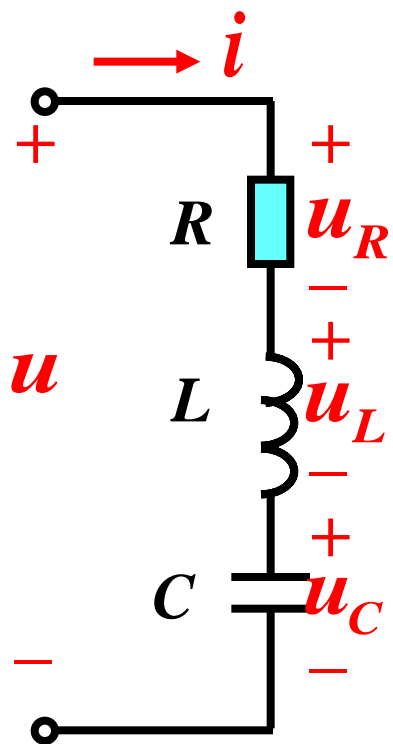
$$R = |Z| \cos \varphi$$

$$X = |Z| \sin \varphi$$

$$\begin{aligned}
 |Z| &= \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \\
 \varphi &= \arctan \frac{X_L - X_C}{R}
 \end{aligned}$$

二、RLC串联电路的功率

(一) 瞬时功率和平均功率



$$\begin{aligned} p &= u \cdot i \\ &= (u_R + u_L + u_C) i \\ &= u_R i + u_L i + u_C i \\ &= \underline{p_R} + \underline{p_L} + \underline{p_C} \end{aligned}$$

耗能元件上的
瞬时功率

储能元件上的
瞬时功率

在每一瞬间,电源提供的功率一部分被耗能元件消耗掉,一部分与储能元件进行能量交换。



平均功率为：

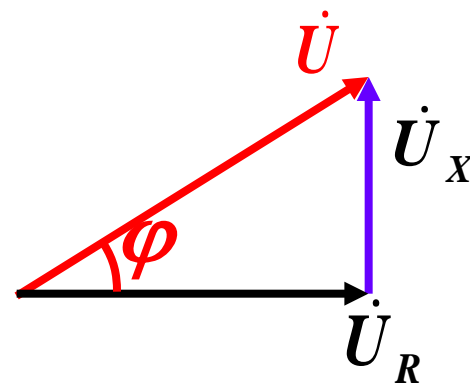
$$\begin{aligned} P &= \frac{1}{T} \int_0^T (u_R + u_L + u_C) i dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T u_R i dt \\ &= U_R I = I^2 R = \frac{U_R^2}{R} \quad \text{单位: W} \end{aligned}$$

$\cos\varphi$ 称为功率因数，用来衡量对电源的利用程度

根据电压三角形可得：

$$U_R = U \cos\varphi$$

$$\text{所以 } P = U_R I = I^2 R = UI \cos\varphi$$





(二) 视在功率 S

电路中总电压与总电流有效值的乘积。

$$S = UI = I^2 |Z| = U^2 / R$$

单位：V·A

注： $S_N = U_N I_N$ 称为发电机、变压器等供电设备的容量，可用来衡量发电机、变压器可能提供的最大有功功率。



(三) 无功功率 Q

$$\begin{aligned}
 Q &= Q_L - Q_C \\
 &= U_L I - U_C I \\
 &= (U_L - U_C) I \\
 &= U_X I = XI^2 = \frac{U_X^2}{X}
 \end{aligned}$$

电感和电容与
电源之间的能
量互换

根据电压三角形可得：

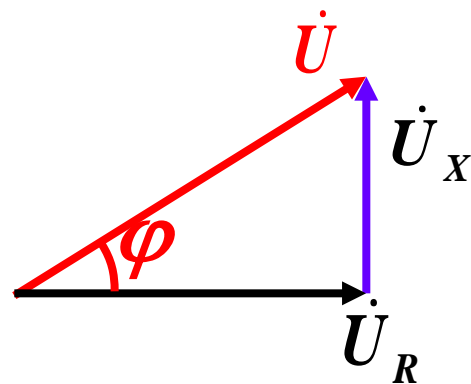
$$Q = UI \sin \varphi$$

单位：var

总电压

总电流

u 与 i 的夹角





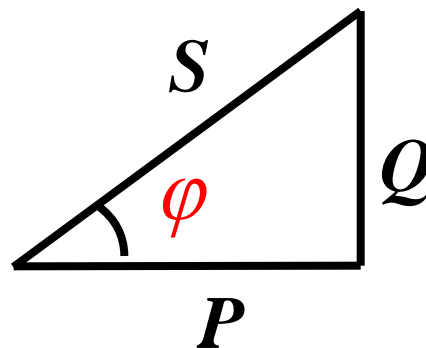
(四) 功率三角形

$$\text{由 } S = UI \quad P = UI \cos\varphi \quad Q = UI \sin\varphi$$

也可组成一个直角三角形，称为功率三角形。

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$S \neq P + Q$$



注意： P 、 Q 、 S 都不是正弦量，不能用相量表示。

小结

将电压三角形的有效值同除 I 得到阻抗三角形

将电压三角形的有效值同乘 I 得到功率三角形 S

$$U = \sqrt{U_R^2 + (U_L - U_C)^2}$$

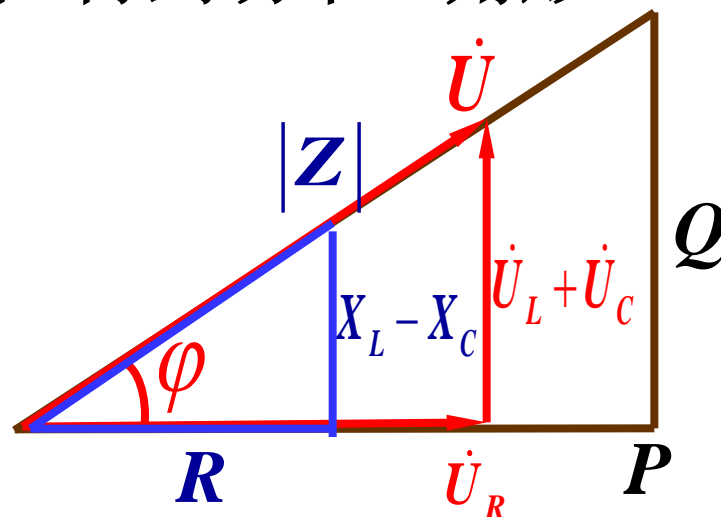
$$U_R = U \cos \varphi$$

$$U_X = U \sin \varphi$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$R = |Z| \cos \varphi$$

$$X = |Z| \sin \varphi$$



$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$P = S \cos \varphi$$

$$Q = S \sin \varphi$$



湖南三一工业职业技术学院
HUNAN SANY POLYTECHNIC COLLEGE

品质改变世界

谢谢大家