第 2 章练习题参考答案

基础练习

1. D　2. D　3. D　4. B　5. D　6. C　7. A　8. A　9. C　10. B　11. B　12. D

13. 3000 J；400 J。

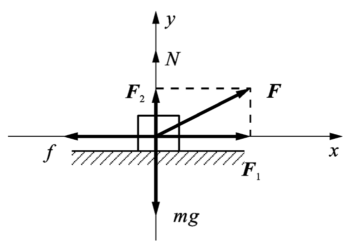
14. 800；400；400。

15. 2×10^4；4000。

16. 200。

17. 2。

18. 解：选取物体为研究对象，对其受力分析知，物体受到重力、支持力拉力和摩擦力，如下图所示。



由牛顿第二定律得：水平方向为 $F\cos 30°-f=ma$，竖直方向为 $N+F\sin 30°=mg$。

又 $f=\mu N$，联立以上方程，代入数据解得，$a=\dfrac{10\sqrt{3}-15}{4}$(m/s²)，物体的加速度大小为 $\dfrac{10\sqrt{3}-15}{4}$(m/s²)。

19. 解：(1)110 N；(2)290 N。

20. 解：在水平路面上转弯，向心力只能由静摩擦力提供。设汽车质量为 m，则最大静摩擦 $f_{\max}=\mu mg$，汽车转弯时所许可的最大速率由运动方程决定：$m\dfrac{v_{\max}^2}{R}=\mu mg$，$v_{\max}=\sqrt{\mu_s gR}$，可得 $v_{\max}=20$(m/s)。

综合进阶

1. C　2. C　3. C　4. D　5. C　6. C　7. D　8. C　9. A　10. C

11. 18 J；6 m/s。

12. $\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}$；$\dfrac{F\Delta t_2}{m_2}+\dfrac{F\Delta t_1}{m_1+m_2}$。

13. 18 kg · m/s。

14. 29 k。

15. $\dfrac{25}{6}\pi$rad/s²；2. 4 s。

16. J 角动量；$\sqrt{\dfrac{2Mg}{m}}$。

17. 解：

(1)小车沿水平方向做匀速直线运动时，摆在水平方向没有受到力的作用，摆线偏角为零，线中张力为 $T=mg$。

(2)小车在水平方向做加速运动时，重力和拉力的合力就是合外力。由于 $\tan\theta=ma/mg$，所以 $\theta=\arctan(a/g)$；绳子张力等于摆所受的拉力：$T=\sqrt{(ma)^2+(mg)^2}=m\sqrt{a^2+g^2}$。

(3)小车沿斜面自由滑下时，摆仍然受到重力和拉力，合力沿斜面向下，所以 $\theta=\varphi$；$T=mg\cos\varphi$。

(4)根据题意作力的向量图，将竖直虚线延长，与水平辅助线相交，可得一直角三角形，θ 角的对边是 $mb\cos\varphi$，邻边是 $mg+mb\sin\varphi$。

由此可得：$\tan\theta=\dfrac{mb\cos\varphi}{mg+mb\sin\varphi}$。因此角度为 $\theta=\arctan\dfrac{b\cos\varphi}{g+b\sin\varphi}$；而张力为 $T=\sqrt{(mb)^2+(mg)^2-2(mb)(mg)\cos(\pi/2+\varphi)}=m\sqrt{b^2+g^2+2bg\sin\varphi}$。

18. 解：

(1)小球竖直上升时受到重力和空气阻力，两者方向向下，取向上的方向为下，根据牛顿第二定律得方程：$f=-mg-kv=m\dfrac{dv}{dt}$，分离变数得 $dt=-m\dfrac{dv}{mg+kv}=-\dfrac{m}{k}\dfrac{d(mg+kv)}{mg+kv}$，积分得 $t=-\dfrac{m}{k}\ln(mg+kv)+C$。

当 $t=0$ 时，$v=v_0$，所以 $C=\dfrac{m}{k}\ln(mg+kv_0)$，因此 $t=\dfrac{m}{k}\ln\dfrac{mg+kv}{mg+kv_0}=-\dfrac{m}{k}\ln\dfrac{mg/k+v}{mg/k+v_0}$，小球速率随时间的变化关系为：$v=\left(v_0+\dfrac{mg}{k}\right)\exp\left(-\dfrac{kt}{m}\right)-\dfrac{mg}{k}$。

(2)当小球运动到最高点时 $v=0$，所需要的时间为：$T=\dfrac{m}{k}\ln\dfrac{mg/k+v_0}{mg/k}=\dfrac{m}{k}\ln\left(1+\dfrac{kv_0}{mg}\right)$。

19. 解：

由于动滑轮省一半的力，所以 m_1 运动的距离 s_1 和 m_2 运动的距离 s_2 的关系为 $2s_1=s_2$。由 $s=1/2at^2$ 可知加速度的关系为：$2a_1=a_2$。对 m_1 研究有 $F-T-\mu m_1g=m_1a_1$；对 m_2 研究有 $T_1-\mu m_2g=m_2a_2T=2T_1$。

$a_2=3.2(\mathrm{m/s^2})$，$T_1=2.08(\mathrm{N})$。

20. 解：

由 $W=Fx$ 得：该物体运动到 $x=4$ m 处时做功为 $W=\int_0^4 F\mathrm{d}x$。带入合外力 $F=10+6x^2$ 得：$W=168$ J。

利用动能定理 $W=\dfrac{1}{2}mv^2-0$，得该物体运动到 $x=4$ m 处时速度的大小为 $v=2\sqrt{42}(\mathrm{m/s})$。

21. 解：

(1)质点的初动能为 $E_1=mv_0^2/2$，末动能为 $E_2=mv^2/2=mv_0^2/8$，动能的增量为 $\Delta E_k=E_2-$

$E_1=-3mv_0^2/8$，这就是摩擦力所做的功 W。

(2)由于 $\mathrm{d}W=-f\mathrm{d}s=-\mu_k N\mathrm{d}s=-\mu_k mgr\mathrm{d}\theta$，积分得：$W=\int_0^{2\pi}(-\mu_k mgr)\mathrm{d}\theta=-2\pi\mu_k mgr$。

由于 $W=\Delta E$，可得滑动摩擦因子为 $\mu_k=\dfrac{3v_0^2}{16\pi gr}$。

(3)在自然坐标中，质点的切向加速度为 $a_t=f/m=-\mu_k g$，根据公式 $v_t^2-v_o^2=2a_t s$，可得质点运动的弧长为 $s=\dfrac{v_0^2}{2a}=\dfrac{v_0^2}{2\mu_k g}=\dfrac{8\pi r}{3}$，圈数为 $n=s/2\pi r=4/3$。

22. 解：

(1)物体运动到槽底时，根据机械能定律守恒得 $mgR=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}MV^2$，根据动量守恒定律得 $0=mv+MV$。

因此，$mgR=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2M}(MV)^2=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2M}(mv)^2$，解得 $v=\sqrt{\dfrac{2MgR}{M+m}}$，从而解得：$V=-m\sqrt{\dfrac{2gR}{M(M+m)}}$。

(2)物体对槽所做的功等于槽的动能的增量 $W=\dfrac{1}{2}MV^2=\dfrac{m^2gR}{M+m}$。

(3)物体在槽底相对于槽的速度为 $v'=v-V=\left(1+\dfrac{m}{M}\right)v=\dfrac{M+m}{M}v=\sqrt{\dfrac{2(M+m)gR}{M}}$，物体受槽的支持力为 N，则 $N-mg=m\dfrac{v'^2}{R}$，因此物体对槽的压力为 $N'=mg+m\dfrac{v'^2}{R}=\left(3+\dfrac{2m}{M}\right)mg$。

23. 解：

半圆的长度为 $C=\pi R$，质量的线密度为 $\lambda=M/C$。在半圆上取一弧元 $\mathrm{d}s=R\mathrm{d}\theta$，其品质为 $\mathrm{d}m=\lambda\mathrm{d}s$，到 AA' 轴的距离为 $r=R\sin\theta$，绕此轴的转动惯量为 $\mathrm{d}I=r^2\mathrm{d}m=\lambda R^3\sin^2\theta\mathrm{d}\theta$，半圆绕 AA' 轴的转动惯量为 $I=\lambda R^3\int_0^{\pi}\sin^2\theta\mathrm{d}\theta=\lambda R^3\int_0^{\pi}\dfrac{1}{2}(1-\cos 2\theta)=\dfrac{\pi}{2}\lambda R^3=\dfrac{1}{2}MR^2$。

24. 解：

由于飞轮质量全部分布在边缘，所以其转动惯量为 $J=mR^2=60\times(0.25)^2=3.75(\mathrm{kg\cdot m^2})$。

根据定义，角加速度为 $\alpha=\dfrac{\omega-\omega_0}{t}=\dfrac{0-\dfrac{2\pi\times 1000}{60}}{5}=-20.9(\mathrm{s^{-2}})$。

以飞轮为研究对象，受力分析如图所示，设垂直纸面向里为飞轮转动的正方向，则飞轮所受的摩擦阻力矩为 $M=-fR=-\mu NR$，根据刚体的定轴转动定律有 $M=J\alpha$。

将两个方程联立，可得飞轮受到的压力 $N=-\dfrac{J\alpha}{\mu R}=-\dfrac{3.75\times(-20.9)}{0.8\times 0.25}=392(\mathrm{N})$。

25. 解：

以滑轮、物体 A 和 B 为研究对象分别进行受力分析。物体 A 受重力 P_A、物体 B 的压力 N_1'、地面的支持力 N_2、外力 F 和绳的拉力 T_2 作用；物体 B 受重力 P_B、物体 A 的支持力 N_1 和

绳的拉力 T_1 作用；滑轮受到重力 P、轴的支持力 N、上下两边绳子的拉力 T_1'和 T_2'的作用。

设滑轮转动方向为正方向，则根据刚体定轴转动定律有

$$T_2'R-T_1'R=J\alpha$$

其中，滑轮的转动惯量

$$J=\frac{1}{2}mR^2$$

根据牛顿第二定律有物体 A

$$F-T_2=ma$$

其中，$T_1=T_1'$，$T_2=T_2'$。

因绳与滑轮之间无相对滑动，所以有

$$a=R\alpha$$

联立以上方程，可得滑轮的角加速度

$$\alpha=\frac{F}{2mR+J/R}=\frac{2F}{5mR}$$

物体 A 与滑轮之间的绳中的张力 $T_2=T_2'=\frac{3}{5}F$，物体 B 与滑轮之间的绳中的张力 $T_1=T_1'=\frac{2}{5}F$。

26. 解：

对滑轮、物体 A 和 B 分别进行受力分析。因绳子不可伸长，故物体 A 和 B 的加速度大小相等。根据牛顿第二定律，有

$$T_1=m_1a$$

$$P_2-T_2=m_2g-T_2=m_2a$$

滑轮作转动，受到重力 P'、张力 T_1'和 T_2'以及轴对它的作用力 N'等的作用。由于 P'和 N'通过滑轮的中心轴，所以仅有张力 T_1'和 T_2'对它有力矩的作用。由刚体的定轴转动定律有

$$RT_2'-RT_1'=J\alpha$$

因绳子质量不计，所以有

$$T_1'=T_1,\ T_2'=T_2$$

因绳子相对滑轮没有滑动，在滑轮边缘上一点的切向加速度与绳子和物体的加速度大小相等，它与滑轮转动的角加速度的关系为

$$a=R\alpha$$

滑轮以其中心为轴的转动惯量为

$$J=\frac{1}{2}mR^2$$

联立以上方程，得

$$T_1=\frac{m_1m_2g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m}$$

$$T_2=\frac{\left(m_1+\frac{1}{2}m\right)m_2g}{m_1+m_2+\frac{1}{2}m}$$

27. 解：

分别对两物体及定滑轮作受力分析。根据质点的牛顿定律和刚体的转动定律有

$$P_1-T_1=m_1g-T_1=m_1a_1$$

$$T_2-P_2=T_2-m_2g=m_2a_2$$

$$T_1'r_1-T_2'r_2=J\alpha$$

其中，$T_1'=T_1$，$T_2'=T_2$。

由角加速度和切向加速度的关系，有

$$a_1=\alpha r_1$$

$$a_2=\alpha r_2$$

解上述方程组，可得

$$a_1=\frac{(m_1r_1-m_2r_2)gr_1}{J+m_1r_1^2+m_2r_2^2}$$

$$a_2=\frac{(m_1r_1-m_2r_2)gr_2}{J+m_1r_1^2+m_2r_2^2}$$

28. 解：

对细棒进行受力分析可知，在转动过程中，细棒受到重力 P 和轴对棒的支持力 N 的作用。其中支持力 N 的大小和方向是随时变化的。

在棒转动过程中，支持力 N 通过轴 O，所以对轴 O 的力矩始终为零。重力对轴 O 的力矩为变力矩，是棒运动的合外力矩。设在转动过程中某时刻，棒与水平方向成 θ 角，则重力矩为

$$M=mg\,\frac{l}{2}\cos\theta$$

所以细棒在由水平位置转到竖直位置的过程中，重力矩做的功为

$$A=\int M\mathrm{d}\theta=\int_0^{\frac{\pi}{2}}mg\,\frac{l}{2}\cos\theta\mathrm{d}\theta=mg\,\frac{l}{2}$$

设棒在水平位置的角速度为 $\omega_0=0$，在竖直位置的角速度为 ω。根据刚体定轴转动的动能定理，有

$$A=mg\,\frac{l}{2}=E_k-E_{k0}=\frac{1}{2}J\omega^2-0$$

其中，棒的转动惯量为 $J=\frac{1}{3}ml^2$，代入上式得 $\omega=\sqrt{\frac{3g}{l}}$。

根据速度和角速度的关系 $v=\omega r$，细棒摆到竖直位置时其中心点 C 和端点 A 的速度分别为

$$v_C=\omega\,\frac{l}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{3gl}$$

$$v_A=\omega l=\sqrt{3gl}$$

29. 解：

选泥团和杆为系统，在打击过程中，系统所受外力对 O 轴的合力矩为零，对定轴 O 的角动量守恒，设刚打击后两者一起摆起的角速度为 ω，则有

$$\frac{1}{2}lmv_0=\frac{1}{2}lmv+J\omega$$

其中

$$v=\omega\cdot l/2$$

在泥团、杆上摆过程中，选杆、泥团、地球为系统，有机械能守恒。当杆摆到最大角度 θ 时有

$$(M+m)g\,\frac{1}{2}l(1-\cos\theta)=\frac{1}{2}mv^2+\frac{1}{2}J\omega^2$$

联立解以上方程可得

$$\theta=\cos^{-1}\left[1-\frac{3m^2v_0^2}{(M+m)(3m+4M)gl}\right]$$

30. 解：

(1) 由角动量守恒

$$m'vl=\left(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2\right)\omega$$

$$\omega=\frac{m'v}{\left(\frac{1}{3}m+m'\right)l}=15.4(\text{rad/s})$$

(2) 由转动定律

$$-M_r=\left(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2\right)\beta$$

$$0-\omega^2=2\beta\theta$$

$$\theta=\frac{\left(\frac{1}{3}m+m'\right)l^2\omega^2}{2M_r}=15.4(\text{rad})$$