

练习 1.1

(1.1 基本概念)

一、填空题

1. 某射手向目标射击 3 次, 用 A_i 表示第 i 次击中目标, $i = 1, 2, 3$, 则事件“三次都没有击中目标”可表示为 _____; 事件“至少有一次击中目标”可表示为 _____; 事件“恰好有两次击中目标”可表示为 _____.

2. 设样本空间 $S = \{x \mid 0 \leq x \leq 2\}$, 事件 $A = \{x \mid 0.5 \leq x \leq 1\}$, $B = \{x \mid 0.8 < x \leq 1.6\}$, 则 AB 表示事件“_____”; $A - B$ 表示事件“_____”; $\overline{A \cup B}$ 表示事件“_____”.

二、写出下列随机试验的样本空间及各个事件中的样本点:

(1) 同时掷 3 枚骰子, 记录 3 枚骰子的点数之和. 令事件 A 表示“点数之和大于 6”, 事件 B 表示“点数之和不低于 12”.

(2) 一盒中有分别标有号码 1, 2, 3, 4, 5 的 5 张卡片, 从中任取 2 张卡片, 令事件 C 表示“最小号码是 2”, 事件 D 表示“最大号码为 4”.

三、设 A, B, C 为三事件, 用 A, B, C 的运算关系表示下列事件.

(1) A 发生, B 与 C 不发生;

(2) A, B 都发生, 而 C 不发生;

(3) A, B, C 中至少有一个发生;

(4) A, B, C 都不发生;

(5) A, B, C 中至少有两个发生;

(6) A, B, C 中不多于两个发生.

练习 1.2

(1.2 随机事件的概率)

一、填空题

1. 已知 A, B 是两随机事件, 且 $P(A) = 0.4, P(B) = 0.6, P(A \cup B) = 0.8$, 则 $P(B - A)$ = _____.
2. 知 $P(A) = P(B) = P(C) = \frac{1}{6}, P(AB) = 0, P(AC) = P(BC) = \frac{1}{8}$, 则 A, B, C 全不发生的概率为 _____.

二、选择题

1. 设 A, B 为两随机事件, 若 $P(AB) = 0$, 则下列命题正确的是()
- (A) A, B 互斥 (B) AB 是不可能事件
- (C) AB 未必是不可能事件 (D) $P(A) = 0, P(B) = 0$
2. 设当事件 A 与 B 同时发生时, 事件 C 必发生, 则().
- (A) $P(C) \leq P(A) + P(B) - 1$; (B) $P(C) \geq P(A) + P(B) - 1$;
- (C) $P(C) = P(AB)$; (D) $P(C) = P(A \cup B)$.
3. 设事件 A 与事件 B 互不相容, 则, ().
- (A) $P(\overline{AB}) = 0$; (B) $P(AB) = P(A)P(B)$;
- (C) $P(A) = 1 - P(B)$; (D) $P(\overline{A \cup B}) = 1$.

三、已知事件 A, B 的概率分别为 $P(A) = 0.7, P(B) = 0.6$, 且 $P(AB) = 0.4$, 求(1) $P(A \cup B)$; (2) $P(A - B)$; (3) $P(A \cup \overline{B})$.

四、设事件 A 与事件 B 为任意两个事件, 证明 $P(AB) \leq \frac{P(A) + P(B)}{2}$.

练习 1.3

(1.3 古典概型与几何概型)

一、填空题

1. 三个人中至少有两个人生日在同一月份的概率是 = _____ (假设每个月出生概率相同).
2. 五个人排队, 甲不在首位且乙不在末位的概率是 _____.
3. 在区间 $(0, 1)$ 中随机地取两个数, 则两数之差的绝对值小于 $\frac{1}{4}$ 的概率为 _____.

二、八人围坐圆桌, 甲乙相邻的概率是多少?

三、在单位圆内随机取一点, 该点到圆心的距离大于到直线 $x = 1$ 的距离的概率是多少?

四、甲和乙约定在下午 12 点到 1 点之间随机到达某地, 甲到达后会等待 15 分钟, 乙到达后会等待 10 分钟, 求他们相遇的概率.

练习 1.4

(1.4 条件概率与乘法公式)

一、填空题

1. 已知 $P(A) = 0.4$, $P(B|A) = 0.6$, 且 $P(A \cup B) = 0.46$, $P(B) =$ _____.

2. 某人有一笔资金, 他投入基金的概率为 0.58, 购买股票的概率为 0.28, 两项投资都做的概率为 0.19, 已知他已购买股票, 再投入基金的概率为 _____.

3. 已知 $P(\bar{A}) = 0.3$, $P(B) = 0.4$, $P(A\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(B|A \cup \bar{B}) =$ _____.

二、选择题

1. 设 A, B 为随机事件, 已知 $P(A) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{1}{2}$, $P(A|B) = \frac{1}{3}$, 则 $P(A \cup B) =$ ().

(A) $\frac{1}{8}$;

(B) $\frac{1}{4}$;

(C) $\frac{3}{8}$;

(D) $\frac{1}{2}$.

2. 设 A, B 为随机事件, 且 $P(B) > 0$, $P(A|B) = 1$, 则必有().

(A) $P(A \cup B) > P(A)$;

(B) $P(A \cup B) > P(B)$;

(C) $P(A \cup B) = P(A)$;

(D) $P(A \cup B) = P(B)$.

3. 设 A, B 互为对立事件, 且 $P(A) > 0$, $P(B) > 0$, 则下列各式中错误的是().

(A) $P(\bar{B}|A) = 0$;

(B) $P(A|B) = 0$;

(C) $P(AB) = 0$;

(D) $P(A \cup B) = 1$.

三、设一批产品中一、二、三等品各占 60%, 30%, 10%, 从中随意抽取一件, 发现不是三等品, 求此件产品是一等品的概率.

四、袋中装有 6 个红球, 4 个白球, 每次从袋中任取 1 个球, 观察颜色后将其放回, 并再放入 2 个与所取的那个球同颜色的球, 现连续进行 3 次, 试求前两次取到白球并且第三次取到红球的概率.

练习 1.5

(1.5 全概率公式与贝叶斯公式)

一、填空题

1. 某射击小组有 20 名射手, 其中一级射手 4 人, 二级射手 8 人, 三级射手 7 人, 四级射手 1 人, 各级射手能通过选拔进入比赛的概率依次为 0.9, 0.7, 0.4, 0.1. 则任选一名射手能通过选拔进入比赛的概率是 _____.

2. 现有两个箱子, 第一个箱子装有 10 个球, 其中 8 个白球, 第二个箱子装有 20 个球, 其中 4 个白球, 现从每个箱子任取一球, 然后再从这两个球中任取一个, 则取到白球的概率是 _____.

二、根据以往记录的数据分析, 某船只运输的某种物品损坏的情况共有 3 种, 损坏 2%(这一事件记作 A_1), 损坏 10%(事件 A_2), 损坏 90%(事件 A_3), 且已知 $P(A_1) = 0.8$, $P(A_2) = 0.15$, $P(A_3) = 0.05$, 现从已被运输的物品中随机地取 1 件, 发现是完好的(这一事件记作 B), 试求 $P(B)$, $P(A_1 | B)$ 概率.

三、袋中装有 12 个乒乓球, 9 个是新的, 3 个是旧的, 第一次比赛时任取 3 个使用, 比赛后仍放回袋中, 第二次比赛时再从袋中任取 3 个球:

(1) 求第二次比赛取出的都是新球概率,

(2) 已知第二次取出的球都是新的, 求第一次取到的都是新球的概率.

练习 1.6

(1.6 事件的独立性与 Bernoulli 模型)

一、填空题

1. 设在三次独立试验中, 事件 A 出现的概率相等, 若已知 A 至少出现一次的概率为 $\frac{19}{27}$, 则事件 A 在一次试验中出现的概率是 _____;
2. 设事件 A 、 B 相互独立, 已知仅有 A 发生的概率为 $1/4$, 仅有 B 发生的概率为 $1/4$, 则 $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$, $P(B) = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 设两个相互独立的事件 A 和 B 都不发生的概率为 $\frac{1}{9}$, A 发生 B 不发生的概率与 B 发生 A 不发生的概率相等, 则 $P(A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

1. 对于任意两事件 A 和 B , ().
(A) 若 $AB \neq \Phi$, 则 A, B 一定独立; (B) 若 $AB \neq \Phi$, 则 A, B 有可能独立;
(C) 若 $AB = \Phi$, 则 A, B 一定独立; (D) 若 $AB = \Phi$, 则 A, B 一定不独立.
2. 将一枚均匀硬币独立地掷两次, 设 $A_1 = \{\text{第一次出现正面}\}$, $A_2 = \{\text{第二次出现正面}\}$, $A_3 = \{\text{正反面各出现一次}\}$, $A_4 = \{\text{正面出现两次}\}$, 则 ().
(A) A_1, A_2, A_3 相互独立; (B) A_2, A_3, A_4 相互独立;
(C) A_1, A_2, A_3 两两独立; (D) A_2, A_3, A_4 两两独立.
3. 某人向同一目标独立重复射击, 每次射击命中目标的概率为 p ($0 < p < 1$), 则此人第 4 次射击恰好第 2 次命中目标的概率为 ().
(A) $3p(1-p)^2$; (B) $6p(1-p)^2$;
(C) $3p^2(1-p)^2$; (D) $6p^2(1-p)^2$.

三、袋中有大小相同的白球 3 只, 黑球若干只, 有放回地摸球 3 次, 若至少摸到 2 只白球的概率为 $7/27$, 求袋中黑球的个数.

四、发射一枚鱼雷击中潜艇致命部位的概率为 $1/4$, 击中非致命部位的概率为 $1/2$, 没击中的概率为 $1/4$, 若潜艇被击中致命部位一次即被摧毁, 非致命部位被击中 2 次被摧毁的概率为 $5/9$, 非致命部位被击中一次被摧毁的概率为 $1/9$, 求同时发射 2 枚鱼雷潜艇被摧毁的概率.

五、某电厂由甲、乙两台机组并联向一城市供电, 当一台机组发生故障时, 另一台机组能在这段时间满足城市全部用电需求的概率为 0.85. 设每台机组发生故障的概率为 0.1, 且它们是否发生故障互相独立.

- (1) 求保障城市供电的概率;
- (2) 求已知电厂机组发生故障时, 供电能满足需求的概率.

练习 2.1

(2.1 随机变量 2.2 随机变量的分布函数)

一、填空题

1. 随机变量 X 的分布函数 $F(x)$ 是一个实函数, 其定义域是 _____, 值域是 _____.

2. 设随机变量 X 分布律为

X	1	3	6	8
p	0.2	0.1	0.4	0.3

则 $P\{\frac{1}{2} < X \leq 3\} =$ _____; X 的分布函数为 _____.

二、选择题

1. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{2}, & 0 \leq x < 1, \\ 1 - e^{-x}, & x \geq 1. \end{cases}$ 则 $P\{X = 1\} =$ ().

(A) 0; (B) $\frac{1}{2}$; (C) $\frac{1}{2} - e^{-1}$; (D) $1 - e^{-1}$.

2. 下列函数中, 可以作为一个随机变量的分布函数的是 ().

(A) $F(x) = \frac{1}{1+x^2}$

(B) $F(x) = \frac{1}{\pi} \arctan x + \frac{1}{2}$

(C) $F(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(1 - e^{-x}), & x > 0; \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$

(D) $F(x) = \int_{-\infty}^x f(g) dt$, 其中 $\int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = 1$

三、设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ A \sin x, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$ 求常数 A 和概率

$P\{|X| < \frac{\pi}{6}\}.$

四、以 X 表示某商店从早晨开始营业直到第一位顾客到达的等待时间(以分计), X 的分布函数是

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{-0.4x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

求以下概率, (1) $P\{\text{等待时间至多 3 分钟}\}$; (2) $P\{\text{等待时间至少 4 分钟}\}$; (3) $P\{\text{等待时间 3 分钟至 4 分钟之间}\}$; (4) $P\{\text{等待时间至多 3 分钟或至少 4 分钟}\}$; (5) $P\{\text{等待时间恰好 2.5 分钟}\}.$

练习 2.2

(2.3 离散型随机变量及其分布)

一、填空题

1. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0.2, & -1 \leq x < 2 \\ 0.7, & 2 \leq x < 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$, 则 X 的分布律为

2. 设随机变量 X 服从参数为 2, p 的二项分布, 随机变量 Y 服从参数为 3, p 的二项分布, 若 $P\{X \geq 1\} = \frac{5}{9}$, 则 $P\{Y \geq 1\} =$ _____.

3. 设随机变量 X 服从 Poisson 分布, 且 $P\{X = 1\} = P\{X = 2\}$, 则 $P\{X = 3\} =$ _____.

二、选择题

1. 某人连续向一目标射击, 每次命中目标的概率为 $\frac{3}{4}$, 他连续射击直到击中为止, 则射击次数为 3 的概率是()

(A) $\left(\frac{3}{4}\right)^3$; (B) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 \times \frac{1}{4}$; (C) $\left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$; (D) $C_3^2 \left(\frac{1}{4}\right)^2 \times \frac{3}{4}$.

2. 设随机变量 ξ 的分布律是: $P\{\xi = k\} = b\lambda^k$, $b > 0$, $k = 1, 2, \dots$, 则常数 b 满足().

(A) $\lambda > 0, \lambda \in R$; (B) $\lambda = b + 1$;

(C) $\lambda = \frac{1}{b+1}$; (D) $\lambda = \frac{1}{b-1}$

三、已知甲、乙两箱装有同种产品, 其中甲箱中装有 3 件合格品和 3 件次品, 乙箱中仅装有 3 件合格品, 从甲箱中任取 3 件产品放入乙箱后, 求乙箱中次品件数的分布律及分布函数 $F(x)$.

四、从学校乘汽车到火车站的途中有 3 个交通岗, 假设在各个交通岗遇到红灯的事件是相互独立的, 并且概率都是 $\frac{2}{5}$, 设 X 为途中遇到红灯的次数, 求随机变量 X 的分布律和分布函数.

五、电子计算机内, 装有 2000 个同样的电子管, 每一电子管损坏的概率为 0.0005, 如果任一电子管损坏时, 计算机即停止工作, 求计算机停止工作的概率(按 Poisson 公式计算).

练习 2.3

(2.4 连续型随机变量及其分布)

一、填空题

1. 设随机变量 $X \sim N(a, \sigma^2)$, 且 $P\{a - k\sigma < X \leq a + k\sigma\} = 0.95$, 则 $k =$ _____.
2. 设随机变量 Y 服从参数为 1 的指数分布, a 为常数且大于零, 则 $P\{Y \leq a + 1 \mid Y > a\} =$ _____.
3. $X \sim N(-1, \sigma^2)$, $P\{-3 < X < -1\} = 0.4$, 则 $P\{x \geq 1\} =$ _____.

二、选择题

1. 任何一个连续型随机变量的概率密度 $\varphi(x)$ ().
(A) 连续; (B) 可导;
(C) 非负且不大于 1; (D) 是可积的非负函数.
2. 设随机变量 X 服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, Y 服从正态分布 $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 且 $P\{|X - \mu_1| < 1\} > P\{|Y - \mu_2| < 1\}$, 则必有 ().
(A) $\sigma_1 < \sigma_2$; (B) $\sigma_1 > \sigma_2$;
(C) $\mu_1 < \mu_2$; (D) $\mu_1 > \mu_2$.
3. 设 $f_1(x)$ 为标准正态分布的概率密度, $f_2(x)$ 为 $[-1, 3]$ 上均匀分布的概率密度, 若 $f(x) = \begin{cases} af_1(x), & x \leq 0, \\ bf_2(x), & x > 0. \end{cases}$ ($a > 0, b > 0$) 为概率密度, 则 a, b 应满足 ().
(A) $2a + 3b = 4$ (B) $3a + 2b = 4$
(C) $a + b = 1$ (D) $a + b = 2$

三、设连续型随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax + 1, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

求: (1) 常数 a 的值; (2) 随机变量 X 的分布函数 $F(x)$; (3) $P\{1 < X < 2\}$.

四、某地抽样调查结果表明, 考生的外语成绩(百分制) 近似服从正态分布, 平均成绩为 72 分, 96 分以上的占考生总数的 2.3%, 试求考生的外语成绩在 60 分至 84 分之间的概率. (附: $\Phi(1) = 0.8413$, $\Phi(2) = 0.9770$.)

五、机器自动称装大米, 每袋大米的重量 $X \sim N(50, 0.5^2)$ (单位: kg). 随机取一袋, 若误差超过 0.8 kg 就停机调整, 求需要停机调整的概率.

六、随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = A + B \arctan x$, $-\infty < x < +\infty$.

求: (1) 常数 A, B ; (2) $P(|X| < 1)$; (3) 随机变量 X 的密度函数.

练习 2.4

(2.5 随机变量函数的分布)

一、填空题

1. 已知 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $P\{3X + 5 \leq 0\} = 0.5$, 则 $\mu =$ _____

2. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f_X(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

则随机变量 $Y = e^X$ 的概率密度 $f_Y(y) =$ _____.

二、选择题

1. 设 X 在 $[0, 1]$ 上服从均匀分布, $Y = 2X + 1$, 则下列结论正确的是().

(A) Y 在 $[0, 1]$ 上服从均匀分布; (B) Y 在 $[1, 3]$ 上服从均匀分布;

(C) Y 在 $[0, 3]$ 上服从均匀分布; (D) $P\{0 \leq Y \leq 1\} = 1$.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x+2)^2}{4}} (-\infty < x < +\infty)$, 且 $Y = aX + b \sim$

$N(0, 1)$, 则下列各组数中应取().

(A) $a = \frac{1}{2}$, $b = 1$;

(B) $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = \sqrt{2}$;

(C) $a = \frac{1}{2}$, $b = -1$;

(D) $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $b = -\sqrt{2}$

三、设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{a}x^2, & 0 < x < 3, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 令随机变量

$$Y = \begin{cases} 2, & x \leq 1, \\ x, & 1 < x < 2, \\ 1, & x \geq 2. \end{cases}$$

(1) 求 Y 的分布函数; (2) 求概率 $P\{X \leq Y\}$.

四、设连续型随机变量 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & -1 < x < 0, \\ \frac{1}{4}, & 0 \leq x < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

试求 $Y = X^2$ 的密度函数 $f_Y(y)$.

五、随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} 1+x, & -1 \leq x < 0; \\ 1-x, & 0 \leq x < 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{ 令 } Y = \begin{cases} -1, & X \leq 0, \\ 1, & X > 0. \end{cases}$$

求 Y 的分布律和分布函数.

练习 3.1

(3.1 二维随机变量及其分布)

一、填空题

1. 若二维随机变量 (X, Y) 的联合分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	C

则 $C =$ _____, $P\{X=0, Y \leq 1\} =$ _____, $P\{X=0\} =$ _____, $P\{Y=1\} =$ _____,

又设 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y)$, 则 $F(1, 2) =$ _____.

2. 已知连续型随机变量 (X, Y) 的分布函数为

$$F(x, y) = \begin{cases} b - ae^{-x} - ae^{-y} + ae^{-x-y-\frac{1}{2}xy}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

则 $a =$ _____, $b =$ _____.

3. 在区间 $(0, 1)$ 中随机地取两个数, 则两数之差的绝对值小于 $\frac{1}{2}$ 的概率为 _____.

二、选择题

1. 下列不是概率密度或分布函数的有()

(A) $f(x, y) = \frac{1}{\pi^2(1+x^2)(1+y^2)}$;

(B) $f(x, y) = \begin{cases} 6e^{-(2x+3y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他;} \end{cases}$

(C) $F(x, y) = \begin{cases} (1 - e^{-5x})(1 - e^{-\frac{y}{4}}), & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他;} \end{cases}$

(D) $F(x, y) = \begin{cases} 1, & x > y, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

三、计算题

1. 三封信随机地投入编号为 1, 2, 3 的三个信箱中, 设 X 为投入 1 号信箱的信数, Y 为投入 2 号信箱的信数, 求 (X, Y) 的联合分布律和边缘分布律.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为:

$$f(x, y) = \begin{cases} x^2 + cxy, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求: (1) 常数 c ; (2) $P\{X + Y \leq 1\}$; (3) X 和 Y 的边缘密度函数.

3. 设随机变量 (X, Y) 的密度函数为 $f(x, y) = \begin{cases} ke^{-(3x+4y)}, & x > 0, y > 0, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

(1) 确定常数 k ; (2) 求 (X, Y) 的分布函数; (3) 求 $P\{0 < X \leq 1, 0 < Y \leq 2\}$.

练习 3.2

(3.2 条件分布)

一、填空题

1. 设 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
0	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{1}{15}$
1	$\frac{4}{15}$	$\frac{4}{15}$	0
2	$\frac{1}{15}$	0	0

则 $P\{X=1 \mid Y=0\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 设 (X, Y) 在由直线 $y=x$, $y=2-x$, $y=0$ 所围的区域内服从均匀分布, 则 $P\{0.1 < Y \leq 0.4 \mid X=1.5\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{1}{2}xye^{-\frac{x^2}{8}}, & 0 < x < +\infty, 0 \leq y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 则

$f_{X|Y}(x \mid \frac{1}{2}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

设随机变量 (X, Y) 服从二维正态分布, 且 X, Y 相互独立, $f_X(x), f_Y(y)$ 分别表示 X, Y 的概率密度, 则在 $Y=y$ 的条件下, X 的条件概率密度 $f_{X|Y}(x \mid y)$ 为 ()

(A) $f_X(x)$; (B) $f_Y(y)$; (C) $f_X(x)f_Y(y)$; (D) $f_X(x)/f_Y(y)$.

三、解答题

1. 袋中有 1 个红色球, 2 个黑色球与 3 个白球, 现有放回地从袋中取两次, 每次取一球, 以 X, Y, Z 分别表示两次取球所取得的红球、黑球与白球的个数.

(1) 求 $P\{X=1 \mid Z=0\}$; (2) 求二维随机变量 (X, Y) 的概率分布.

2. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为:

$$f(x, y) = Ae^{-2x^2+2xy-y^2}, \quad -\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty,$$

求常数 A 及条件概率密度 $f_{Y|X}(y \mid x)$.

3. 设二维随机变量 (X, Y) 服从矩形域 $D = \{(x, y) \mid -1 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ 上的均匀分布, 求条件概率 $P\{X \geq 1 \mid X \leq Y\}$.

练习 3.3

(3.3 随机变量的独立)

一、填空题

1. 设二维随机变量 (X, Y) 服从正态分布 $N(1, 0; 1, 1; 0)$, 则 $P\{XY - Y < 0\} =$ _____.
2. 如果随机变量 (X, Y) 的联合概率分布为

$\begin{array}{c} X \\ Y \end{array}$	1	2	3
1	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{18}$
2	$\frac{1}{3}$	α	β

则 α, β 应满足的条件是 _____; 若 X 与 Y 相互独立, 则 $\alpha =$ _____, $\beta =$ _____.

二、选择题

1. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率分布为

$\begin{array}{c} Y \\ X \end{array}$	0	1
0	0.4	a
1	b	0.1

若随机事件 $\{X = 0\}$ 与 $\{X + Y = 1\}$ 相互独立, 则().

- (A) $a = 0.2, b = 0.3$; (B) $a = 0.1, b = 0.4$;
 (C) $a = 0.3, b = 0.2$; (D) $a = 0.4, b = 0.1$.

2. 设 X_1, X_2 是任意两个相互独立的连续型随机变量, 它们的概率密度分别为 $f_1(x)$ 与 $f_2(x)$, 分布函数分别为 $F_1(x)$ 与 $F_2(x)$, 则()

- (A) $f_1(x) + f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;
 (B) $f_1(x)f_2(x)$ 必为某一随机变量的概率密度;
 (C) $F_1(x) + F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数;
 (D) $F_1(x)F_2(x)$ 必为某一随机变量的分布函数.

三、解答题

1. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数为

$$f(x, y) = \begin{cases} cxy^2, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求常数 c , 并判断 X 与 Y 是否相互独立.

2. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, X 在 $(0, 1)$ 内服从均匀分布, Y 的概率密度为

$$f_Y(y) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-y/2}, & y > 0 \\ 0, & y \leq 0 \end{cases}.$$

(1) 求 X 与 Y 的联合概率密度; (2) 设关于 a 的二次方程为 $a^2 + 2Xa + Y = 0$, 求此方程有实根的概率.

练习 3.4

(3.4 随机变量函数的分布)

一、填空题

1. 设 X 与 Y 相互独立, 且都服从参数为 λ 的指数分布, 记 $Z = \max(X, Y)$, 则 Z 的分布函数为 _____.
2. 设二维随机变量 (X, Y) 服从区域 $G = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2\}$ 上的均匀分布, 令 $Z = \min(X, Y)$, 则 $P\{Z \leq \frac{1}{2}\} =$ _____.

二、选择题

1. 设随机变量 X, Y 独立同分布, 且 X 的分布函数为 $F(x)$, 则 $Z = \max\{X, Y\}$ 分布函数为()
(A) $F^2(x)$; (B) $F(x)F(y)$;
(C) $1 - [1 - F(x)]^2$; (D) $[1 - F(x)][1 - F(y)]$.
2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且设 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 则 $Z = X - Y$ 仍服从正态分布, 且有()
(A) $Z \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$; (B) $Z \sim N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 - \sigma_2^2)$;
(C) $Z \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 - \sigma_2^2)$; (D) $Z \sim N(\mu_1 - \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$.
3. 设 (X, Y) 服从二维均匀分布, 则()
(A) 随机变量 X, Y 都服从均匀分布;
(B) 随机变量 X, Y 不一定服从均匀分布;
(C) 随机变量 X, Y 一定不服从均匀分布;
(D) 随机变量 $X + Y$ 服从均匀分布.

三、解答题

1. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 - x - y, & 0 < x < 1, 0 < y < 1, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

- (1) 求 $P\{X > 2Y\}$; (2) 求 $Z = X + Y$ 的概率密度 $f_Z(z)$.

2. 设随机变量 X 与 Y 独立同分布, X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$$

求 $X + Y$ 和 $X - Y$ 的概率密度.

3. 设随机变量 $X \sim U(0, 1)$, $Y \sim E(1)$ 且 X 与 Y 相互独立, 求 $Z = X + Y$ 的密度函数.

练习 4.1

(4.1 数学期望)

一、填空题

1. 已知 X 的密度函数 $f_X(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ Y 的密度函数 $f_Y(x) = \begin{cases} 8e^{-8x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0, \end{cases}$ X 与 Y

相互独立, 则 $E(XY) = \underline{\hspace{2cm}}$.

2. 若随机变量 X 的概率密度为 $\varphi(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x \geq 0, \\ 0, & x < 0, \end{cases}$ 则 $E(2X) = \underline{\hspace{2cm}}$, $E(e^{-2X}) = \underline{\hspace{2cm}}$.

3. 设 X 表示 10 次独立重复射击命中目标的次数, 每次射击命中率为 0.4, 则 $E(X^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

1. 设随机变量 X 的分布函数为

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^3, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1. \end{cases}$$

则 $E(X) = (\quad)$

(A) $\int_0^{+\infty} x^4 dx$; (B) $\int_0^1 3x^3 dx$; (C) $\int_0^1 x^4 dx + \int_1^{+\infty} x dx$; (D) $\int_0^{+\infty} 3x^3 dx$.

2. 已知 X 的分布律为

X	-1	0	1
p	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{6}$	a

设 $Y = 2X + 1$, 则 Y 的数学期望 $E(Y)$ 的值是()

(A) $-\frac{1}{6}$; (B) $\frac{2}{3}$; (C) 1; (D) $\frac{29}{36}$.

3. 抛掷两个骰子, 至少有一个 4 点或 5 点出现时, 就说这些试验成功, 则在 10 次试验中, 成功次数 X 的期望是()

(A) $\frac{10}{3}$; (B) $\frac{55}{9}$; (C) $\frac{80}{9}$; (D) $\frac{50}{9}$.

三、解答题

1. 一批产品中包括 6 件正品, 4 件次品, 现随机地有放回抽取, 每次取一件, 设 X 表示直至抽到正品为止所抽取的次数, 求随机变量 X 的分布律及数学期望 $E(X)$.

2. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2^{-x} \ln 2, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$

对 X 进行独立重复的观测，直到第 2 个大于 3 的观测值出现时停止，记 Y 为次数.

- (1) 求 Y 的概率分布；
- (2) 求数学期望 $E(Y)$.

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2} \cos \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 对 X 独立重复观察 4 次, Y 表

示观察值大于 $\frac{\pi}{3}$ 的次数.

- (1) 求 Y 的概率分布；
- (2) 求 Y^2 的数学期望.

练习 4.2

(4.2 方差和矩)

一、填空题

1. 设 X 是随机变量, 若 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 则正态分布的前四阶中心矩分别为 $\mu_1 =$ _____, $\mu_2 =$ _____, $\mu_3 =$ _____, $\mu_4 =$ _____.
2. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $X \sim N(1, 2)$, $Y \sim N(0, 1)$. 令 $Z = -Y + 2X + 3$, 则 $D(Z) =$ _____.
3. 设 X 和 Y 是两个相互独立的随机变量, 其概率密度分别为 $f_X(x) = \begin{cases} 2x, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, $f_Y(y) = \begin{cases} e^{-y}, & y > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $D(X + Y) =$ _____.

二、选择题

1. 若 $E(\xi) = 6$, $D(\xi) = 4$, 则 ξ 可能的分布为().
 (A) 参数为 $\lambda = 6$ 的泊松分布; (B) 区间 $(0, 12)$ 上的均匀分布;
 (C) 参数 $n = 18$, $p = \frac{1}{3}$ 的二项分布; (D) 参数 $\theta = \frac{1}{2}$ 的指数分布.
2. 设随机变量 X, Y 不相关, 且 $E(X) = 2$, $E(Y) = 1$, $DX = 3$, 则 $E(X(X + Y - 2)) =$ ().
 (A) -3 ; (B) 3 ; (C) -5 ; (D) 5 .
3. 设随机变量 X 服从参数为 θ 的指数分布, 且已知 $E[(X - 1)(X + 2)] = -1$, 则 $E(X) =$ ().
 (A) $1/2$; (B) -1 ; (C) 2 ; (D) 3 .

三、解答题

1. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} x, & 0 < x \leq 1, \\ A + Bx, & 1 < x \leq 2, \text{ 且 } E(X) = 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求: (1) $D(X)$.
 (2) $Y = \ln x$ 的密度函数.
2. 设连续型随机变量 X 的分布函数 $F(X) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ a + b \arcsin x, & -1 \leq x \leq 1, \\ 1, & x > 1, \end{cases}$ 求 a 、 b 、 $E(X)$ 、 $D(X)$.
3. 已知随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 1 - |1 - x|, & 0 < x < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$ 求 $X^* = \frac{X - E(X)}{\sqrt{D(X)}}$ 的概率密度.

练习 4.3

(4.3 协方差、相关系数和协方差矩阵)

一、填空题

1. 设随机变量 X 和 Y 的方差分别是 $D(X) = 4$, $D(Y) = 9$, 而相关系数 $\rho_{XY} = -0.5$, 则和 $D(X - Y) =$ _____.
2. 设二维随机变量 $(X, Y) \sim N(\mu, \mu, \sigma^2, \sigma^2, 0)$, 则 $E(XY^2) =$ _____.
3. 若 $D(X) = 25$, $D(Y) = 36$, $\rho_{XY} = 0.4$, 则 $\text{Cov}(X, Y) =$ _____, $D(X + Y) =$ _____, $D(X - Y) =$ _____.

二、选择题

1. 设随机变量 X 和 Y 相互独立且同分布, 记 $U = X - Y$, $V = X + Y$, 则随机变量 U 和 V 必然()
 (A) 不独立; (B) 独立;
 (C) 相关系数不为零; (D) 相关系数为零.
2. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim N(1, 4)$, 且相关系数 $\rho_{XY} = 1$, 则()
 (A) $P\{Y = -2X - 1\} = 1$;
 (B) $P\{Y = 2X - 1\} = 1$;
 (C) $P\{Y = -2X + 1\} = 1$;
 (D) $P\{Y = 2X + 1\} = 1$.
3. 随机变量 X 、 Y 与 $X + Y$ 的方差满足 $D(X + Y) = D(X) + D(Y)$ 是()
 (A) X 和 Y 不相关的充分条件, 但不是必要条件;
 (B) X 和 Y 不相关的必要条件, 但不是充分条件;
 (C) X 和 Y 独立的必要条件, 但不是充分条件;
 (D) X 和 Y 独立的充分必要条件.

三、解答题

1. 设随机变量 X 与 Y 的概率分布分别为

X	0	1
P	1/3	2/3

Y	-1	0	1
P	1/3	1/3	1/3

且 $P\{X^2 = Y^2\} = 1$, 求

- (1) 二维随机变量 (X, Y) 的概率分布;
- (2) $Z = XY$ 的概率分布;

(3) X 与 Y 的相关系数 ρ_{XY} .

2. 设随机变量 X 和 Y 的联合分布律为

$\begin{matrix} X \\ Y \end{matrix}$	-1	0	1
-1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$
0	$\frac{1}{8}$	0	$\frac{1}{8}$
1	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{8}$

验证 X, Y 不相关, 但 X, Y 不相互独立.

3. 设随机变量 X 的概率密度 $f(x) = Ae^{-|x|}$, $-\infty < x < +\infty$,

- 求: (1) 系数 A 及 X 的分布函数;
(2) X 的期望 $E(X)$ 及方差 $D(X)$;
(3) X 与 $|X|$ 的协方差, X 与 $|X|$ 是否不相关?

练习 4.4

(4.4 大数定律与中心极限定理)

一、填空题

1. 设随机变量 X 满足: $E(X) = \mu$, $D(X) = \sigma^2$, 则由 Chebyshev 不等式, 有 $P\{|X - \mu| \geq 4\sigma\}$ _____.
2. 一颗骰子连续掷 4 次, 点数总和记为 X , 用切比雪夫不等式估计 $P\{10 < X < 18\}$ _____.
3. 设随机变量 X 的数学期望 $E(X) = 75$, 方差 $D(X) = 5$, 且 $P\{|X - 75| \geq k\} \leq 0.05$, 则 $k \geq$ _____.
4. 设随机变量 X 和 Y 的数学期望相同, 方差分别为 1 和 4, X 与 Y 相关系数为 0.5, 则根据切比雪夫不等式有 $P\{|X - Y| \geq 6\} \leq$ _____.

二、选择题

1. 设随机变量 $X_1, X_2, \dots, X_9$ 独立同分布, $E(X_i) = 1$, $D(X_i) = 1$, $i = 1, 2, \dots, 9$, 令 $S_9 = \sum_{i=1}^9 X_i$, 则对 $\forall \varepsilon > 0$, 由 Chebyshev 不等式可直接得出()

- (A) $P(|S_9 - 1| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$; (B) $P(|S_9 - 9| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{9}{\varepsilon^2}$;
 (C) $P(|S_9 - 9| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$; (D) $P(|\frac{1}{9}S_9 - 1| < \varepsilon) \geq 1 - \frac{1}{\varepsilon^2}$.

2. 设随机变量 X 的方差存在, 并且满足不等式 $P\{|X - E(X)| \geq 3\} \leq \frac{2}{9}$, 则一定有()

- (A) $D(X) = 2$; (B) $P\{|X - E(X)| < 3\} < \frac{7}{9}$;
 (C) $D(X) \neq 2$; (D) $P\{|X - E(X)| < 3\} \geq \frac{7}{9}$.

三、解答题

1. 有甲、乙两种味道和颜色都极为相似的名酒各 4 杯. 如果从中挑 4 杯, 能将甲种酒全部挑出来, 算是成功一次.
 (1) 某人随机地去猜, 问他成功一次的概率是多少?
 (2) 某人声称他通过品尝能区分两种酒. 他连续试验 10 次, 成功 3 次. 试推断他是猜对的, 还是他确有区分的能力(各次试验是相互独立的).

2. 某校共有 4900 个学生, 已知每天晚上每个学生到阅览室去学习的概率为 0.1, 问阅览室要准备多少个座位, 才能以 99% 的概率保证每个去阅览室的学生都有座位.

3. 对于一个学校而言, 来参加家长会的家长人数是一个随机变量, 设一个学生无家长、1 个家长、2 名家长来参加会议的概率分别是 0.05, 0.8, 0.15. 若学校共有 400 名学生, 设各学生参加会议的家长数相互独立, 且服从同一分布. 求:

(1) 参加会议的家长数 X 超过 450 的概率;

(2) 有 1 名家长来参加会议的学生数不多于 340 的概率.

练习 5.1

(5.1 总体与样本)

一、填空题

1. 样本均值 $\bar{X} =$ _____, 样本方差 $S^2 =$ _____.

2. 设 X 为总体, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是 X 的样本, 若 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 满足条件 _____ 和 _____, 则称 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为简单随机样本.

3. 假设随机变量 $X \sim N(1, 2^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_{100}$ 是来自 X 的子样, $\bar{X}$ 为子样均值. 已知 $Y = a\bar{X} + b \sim N(0, 1)$, $a > 0$, 则 $a =$ _____, $b =$ _____.

二、选择题

1. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \frac{1}{2}e^{-|x|}$ ($-\infty < x < +\infty$), $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是 X 的简单随机, 其样本方差为 S^2 , 则 $E(S^2) =$ ()

(A) 0; (B) 1; (C) 2; (D) 3.

2. 设 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 是来自总体 X 的一个样本, $\bar{X}, S^2$ 分别为样本均值和样本方差, B_2 为样本中心二阶矩, 则下列表达式错误的是 ()

(A) $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$; (B) $S^2 = \frac{1}{n-1} \left(\sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 \right)$;

(C) $S^2 = \frac{n}{n-1} B_2$; (D) $B_2 = \frac{n}{n-1} S^2$.

3. 设总体 $X \sim B(1, P)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自总体 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 则 $P\{\bar{X} = \frac{k}{n}\} =$ ()

(A) P ; (B) $P^k(1-P)^{n-k}$;
(C) $C_n^k P^k(1-P)^{n-k}$; (D) $C_n^k P^{n-k}(1-P)^k$.

三、从某工厂的产品中随机抽取 5 件, 测得其直径分别为 (单位: mm) 97, 104, 102, 99, 103.

- (1) 写出总体、样本值, 样本容量;
- (2) 求样本观测值的均值和方差.

四、设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自 Poisson 分布 $\pi(\lambda)$ 的一个样本, $\bar{X}, S^2$ 分别为样本均值和样本方差, 求 $E(\bar{X}), D(\bar{X}), E(S^2)$.

五、设总体 $X \sim N(\mu, 4)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为取自总体的一个样本, $\bar{X}$ 为样本均值.

(1) 求 $(X_1, \dots, X_n)$ 的联合概率密度; (2) 指出 $2X_1 + X_2^2, X_3 - \mu, \min_{1 \leq i \leq n} X_i$ 中哪些是统计量, 哪些不是统计量; (3) n 应取多大时, 才能使 $P\{|\bar{X} - \mu| \leq 0.1\} \geq 0.95$?

练习 5.2

(5.2 统计学的三大分布)

一、填空题

1. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 则 $\sum_{i=1}^{20} \frac{(X_i - \mu)^2}{\sigma^2} \sim$ _____.

2. 设 X_1, X_2, X_3 为来自总体 $X \sim (0, \delta^2)$ 的简单随机样本, 则统计量 $S = \frac{X_1 - X_2}{\sqrt{2} |X_3|} \sim$ _____.

3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, 2^2)$, $Y \sim \chi^2(n)$, $T = \frac{X - \mu}{2\sqrt{Y}}\sqrt{n}$, 则 $T \sim$ _____.

二、单项选择题

1. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots, X_{n+m}$ 是来自正态总体 $N(0, \sigma^2)$ 的容量为 $n+m$ 的样本, 则统计量 $V = \frac{m \sum_{i=1}^n X_i^2}{n \sum_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}$ 服从的分布是()

$$V = \frac{m \sum_{i=1}^n X_i^2}{n \sum_{i=n+1}^{n+m} X_i^2}$$

(A) $F(m, n)$

(B) $F(n-1, m-1)$

(C) $F(n, m)$

(D) $F(m-1, n-1)$

2. 记 $F_{1-\alpha}(m, n)$ 为自由度为 m 与 n 的 F 分布的 $1-\alpha$ 分位数, 则有()

(A) $F_{\alpha}(n, m) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(m, n)};$

(B) $F_{1-\alpha}(n, m) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(m, n)};$

(C) $F_{\alpha}(n, m) = \frac{1}{F_{\alpha}(m, n)};$

(D) $F_{\alpha}(n, m) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(n, m)}.$

3. 设随机变量 $T \sim t(n)$, 则 $\frac{1}{T^2} \sim$ ()

(A) $\chi^2(n)$;

(B) $F(1, n)$;

(C) $F(n, 1)$;

(D) $t(n^2)$.

三、设总体 $X \sim N(0, \delta^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_{2n}$ 为 X 的简单随机样本, 求 $\frac{X_1^2 + X_3^2 + \dots + X_{2n-1}^2}{X_2^2 + X_4^2 + \dots + X_{2n}^2}$

的分布.

四、设 $X_1, X_2, \dots, X_{16}$ 为取自总体 $X \sim N(0, 0.5^2)$ 的一个简单随机样本, 求 $P\{\sum_{i=1}^{16} X_i^2 \geq 8\}$.

练习 5.3

(5.3 正态总体下几个常见的抽样分布)

一、填空题

1. 设 $\bar{X}$ 和 S^2 分别为取自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的样本容量为 n 的样本均值和样本方差, 则

$$\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}} \sim \underline{\hspace{2cm}}, \quad \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{n}} \sim \underline{\hspace{2cm}}, \quad \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \underline{\hspace{2cm}}.$$

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个简单随机样本, $\bar{X}$ 为样本均值,

$$Q^2 = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, \text{ 则 } Y = \frac{\bar{X} - \mu}{Q} \sqrt{n(n-1)} \sim \underline{\hspace{2cm}}.$$

3. 设总体 $X \sim N(1, 4)$, 从 X 中抽得样本 X_1, X_2, X_3, X_4 , 记 $Y = a(X_1 - 2X_2 + c)^2 + b(3X_3 - 4X_4 + d)^2$, 则 $a = \underline{\hspace{2cm}}, b = \underline{\hspace{2cm}}, c = \underline{\hspace{2cm}}, d = \underline{\hspace{2cm}}$ 时, Y 服从 χ^2 分布, 自由度为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

二、选择题

1. 设总体 $X \sim N(1, 9)$, $X_1, X_2, \dots, X_9$ 是取自总体 X 的样本, 则().

(A) $\frac{\bar{X} - 1}{2} \sim N(0, 1);$

(B) $\frac{\bar{X} - 1}{1} \sim N(0, 1);$

(C) $\frac{\bar{X} - 1}{4} \sim N(0, 1);$

(D) $\frac{\bar{X} - 1}{\sqrt{2}} \sim N(0, 1).$

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为取自 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 统计量 $Y = n \left(\frac{\bar{X} - \mu}{S} \right)^2$, 则()

(A) $Y \sim \chi^2(n-1);$

(B) $Y \sim t(n-1);$

(C) $Y \sim F(n-1, 1);$

(D) $Y \sim F(1, n-1).$

3. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 X 的样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 记

$$S_1^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, S_2^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2, S_3^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2, S_4^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \mu)^2, \text{ 则}$$

服从自由度为 $n-1$ 的 t 分布的随机变量是 $T = (\quad)$.

(A) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_1/\sqrt{n-1}};$

(B) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_2/\sqrt{n-1}};$

(C) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_3/\sqrt{n-1}};$

(D) $\frac{\bar{X} - \mu}{S_4/\sqrt{n-1}}.$

三、设 $X_1, X_2, \dots, X_{25}$ 为来自总体 $N(3, 100)$ 的简单随机样本, $\bar{X}$ 、 S^2 分别是样本均值和样本方差, 求: (1) $P\{0 < \bar{X} < 6\}$; (2) $P\{57.7 < S^2 < 151.73\}$.

四、设 X_1, X_2, X_3 为取自总体 $X \sim N(0, \sigma^2)$ 的一个样本, 求 $P\left\{\left(\frac{X_1}{X_3} + \frac{X_2}{X_3}\right)^2 \geq 79.72\right\}$.

五、设总体 $X \sim N(50, 36)$, $Y \sim N(46, 16)$, 从总体 X 中抽取容量为 9 的样本, 从总体 Y 中抽取容量为 16 的样本, 求下列概率.

(1) $P\{0 < \bar{x} - \bar{y} < 8\}$; (2) $P\left\{\frac{S_1^2}{S_2^2} < 5.94\right\}$.

练习 6.1

(6.1 参数的点估计)

一、填空题

1. 总体 X 的均值 μ 和方差 σ^2 的矩估计量分别为 _____ 和 _____.

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自区间 $[-\alpha, \alpha]$ 上均匀分布的总体 X 的简单随机样本, 则参数 α 的矩估计量 $\hat{\alpha} =$ _____.

3. 某地区的年降雨量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 现对其年降雨量连续进行 5 次观察, 得数据为: (单位: mm) 587 672 701 640 650, 则 σ^2 的矩估计量为 _____, σ^2 的矩估计值为 _____.

二、单项选择题

1. 设总体 $X \sim B(m, p)$, 其中 m 是正整数, $0 < p < 1$ 为未知参数, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为 X 的一个样本, 则 p 的矩估计量是()

- (A) $\bar{X}$; (B) $\frac{\bar{X}}{n}$; (C) $\frac{\bar{X}}{m}$; (D) $m\bar{X}$.

2. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自区间 $[-\alpha, \alpha]$ 上均匀分布的总体 X 的简单随机样本, 则参数 α 的最大似然估计量 $\hat{\alpha} =$ ()

- (A) $\max_{1 \leq i \leq n} (X_i)$ (B) $\max_{1 \leq i \leq n} (|X_i|)$
(C) $-\min_{1 \leq i \leq n} (X_i)$ (D) $-\min_{1 \leq i \leq n} (|X_i|)$

3. 设总体 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \theta x^{\theta-1} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, $\theta > 0$, 则 θ 的矩估计量为()

- (A) $\bar{X}$; (B) $\frac{\bar{X}}{1 + \bar{X}}$; (C) $\frac{\bar{X}}{1 - \bar{X}}$; (D) $\frac{\bar{X} - 1}{\bar{X}}$.

三、设总体 X 的概率分布为

X	0	1	2	3
P	θ^2	$2\theta(1 - \theta)$	θ^2	$1 - 2\theta$

其中 $\theta (0 < \theta < \frac{1}{2})$ 是未知参数, 利用总体 X 的如下 8 个样本值:

3, 1, 3, 0, 3, 1, 2, 3.

求(1) θ 的矩估计值;

(2) θ 的极大似然估计值.

四、设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为总体 X 的样本, X 的密度函数为:

$$f(x) = \begin{cases} (\beta + 1)x^\beta, & 0 < x < 1, \beta > -1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求参数 β 的极大似然估计量与矩估计量.

五、某人作独立重复射击, 每次击中目标的概率为 p , 不中的概率为 $1 - p$, 他在第 X 次射击时, 首次击中目标.

(1) 写出 X 的分布律;

(2) 以此 X 为总体, 从中抽取简单随机样本 $(X_1, X_2, \dots, X_n)$, 试求未知参数 p 的矩估计量和极大似然估计量.

练习 6.2

(6.2 估计量的评选标准)

一、填空题

1. 样本 X_1, X_2, X_3 来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 且 $Y = \frac{1}{3}X_1 + \frac{1}{6}X_2 + aX_3$ 为 μ 的无偏估计量, 则 $a =$ _____.
2. 如果 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 都是总体未知参数 θ 的估计量, 称 $\hat{\theta}_1$ 比 $\hat{\theta}_2$ 有效, 则满足 _____.
3. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n (n > 2)$ 为来自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单随机样本, $\bar{X}$ 为样本均值, 已知 $T = C(X_1 + X_n - 2\bar{X})^2$ 是 σ^2 的无偏估计 (或 $ET = \sigma^2$), 则常数 C 必为 _____.

二、选择题

1. 设 X_1, X_2 为总体 X 的样本, 则以下总体期望 $E(X)$ 的无偏估计量中最有效的是 ().
 (A) $d_1(X_1, X_2) = \frac{1}{4}X_1 + \frac{3}{4}X_2$; (B) $d_2(X_1, X_2) = \frac{1}{3}X_1 + \frac{2}{3}X_2$;
 (C) $d_3(X_1, X_2) = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$; (D) $d_4(X_1, X_2) = \frac{2}{5}X_1 + \frac{3}{5}X_2$.
2. 设 $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 是参数 θ 的两个估计量, 下面正确的是 ().
 (A) $D(\hat{\theta}_1) > D(\hat{\theta}_2)$, 则称 $\hat{\theta}_1$ 为比 $\hat{\theta}_2$ 有效的估计量;
 (B) $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$, 则称 $\hat{\theta}_1$ 为比 $\hat{\theta}_2$ 有效的估计量;
 (C) $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 是参数 θ 的两个无偏估计量, $D(\hat{\theta}_1) > D(\hat{\theta}_2)$, 则称 $\hat{\theta}_1$ 为比 $\hat{\theta}_2$ 有效的估计量;
 (D) $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 是参数 θ 的两个无偏估计量, $D(\hat{\theta}_1) < D(\hat{\theta}_2)$, 则称 $\hat{\theta}_1$ 为比 $\hat{\theta}_2$ 有效的估计量.
3. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是来自参数为 λ 的泊松总体 X 的简单随机样本, 则可以构造参数 λ^2 的无偏估计量 (或数学期望为 λ^2 的统计量) ().

- (A) $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i(X_i - 1)$.
- (B) $T = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$
- (C) $T = (\bar{X})^2$
- (D) $T = S^2$

三、设总体 X 的概率密度为 $\varphi(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-\frac{x}{\theta}}, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$, 其中 $\theta > 0$ 为未知参数, $X_1, \dots,$

X_n 是来自 X 的样本, 试求: (1) θ 的极大似然估计量 $\hat{\theta}$; (2) $\hat{\theta}$ 是否是 θ 的无偏估计量; (3) $D(\hat{\theta})$.

四、设总体 X 的概率密度为: $f(x; \theta) = \begin{cases} \frac{2x}{\theta^2}, & 0 < x < \theta, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$ 其中 $\theta \in (0, +\infty)$ 为未知参

数, X_1, X_2 是来自总体 X 的简单随机样本.

令 $T = \max\{X_1, X_2\}$,

(1) 求 T 的概率密度;

(2) 确定 a , 使得 aT 为 θ 的无偏估计.

五、设总体 X 的分布密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta - 1} & 1 < x < \theta \\ 0 & \text{其他} \end{cases}$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为 X 的样本.

求: (1) θ 的矩法估计量 $\hat{\theta}$; (2) $E(\hat{\theta})$, 并判断 $\hat{\theta}$ 是否为 θ 的无偏估计量.

练习 6.3

(6.3 区间估计)

一、填空题

1. 设母体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ 未知, 则在求均值 μ 的区间估计时, 使用的随机变量为 _____.
2. 总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, μ 未知, σ^2 已知, 使 $P\left\{\left|\frac{\bar{X} - \mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| > k\right\} = 0.05$ 的 $k =$ _____.
3. 设总体 $X \sim N(\mu, 2^2)$, $x_1, x_2 \cdots x_{100}$ 是样本观察值, 已知 μ 的置信区间为 (1.171, 1.829), 则置信水平为 _____.

二、选择题

1. 已知一批零件的长度服从正态分布 $X \sim N(\mu, 2^2)$ (单位: cm), 其中 μ 未知, 现从中随机抽取 16 个零件, 测得样本均值为 10 cm, 则 μ 的置信度为 0.90 的置信区间为 ()

(A) $\left(10 - \frac{1}{2}u_{0.05}, 10 + \frac{1}{2}u_{0.05}\right)$

(B) $\left(10 - \frac{1}{2}u_{0.1}, 10 + \frac{1}{2}u_{0.1}\right)$

(C) $\left(10 - \frac{2}{\sqrt{15}}u_{0.05}, 10 + \frac{2}{\sqrt{15}}u_{0.05}\right)$

(D) $\left(10 - \frac{2}{\sqrt{15}}u_{0.1}, 10 + \frac{2}{\sqrt{15}}u_{0.1}\right)$
2. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 若样本容量 n 和置信水平 $1 - \alpha$ 都不变, 则对于不同的样本观测值, 总体均值 μ 的置信区间的长度 ()

(A) 变长;

(B) 变短;

(C) 保持不变;

(D) 不能确定.
3. 总体均值的区间估计中, 正确的是 ()

(A) 置信度 $1 - \alpha$ 一定时, 子样容量增加, 则置信区间长度变长;

(B) 置信度 $1 - \alpha$ 一定时, 子样容量增加, 则置信区间长度变短;

(C) 置信度 $1 - \alpha$ 增大, 则置信区间长度变短;

(D) 置信度 $1 - \alpha$ 减少, 则置信区间长度变短.

三、某自动包装机包装洗衣粉, 其重量服从正态分布, 今随机抽查 12 袋测得其种类(单位: g) 分别为 1001, 1004, 1003, 1000, 997, 999, 1004, 1000, 996, 1002, 998, 999

- (1) 求总体均值 μ 的 95% 的置信区间;
- (2) 求总体方差 σ^2 的 95% 的置信区间;
- (3) 若已知 $\sigma^2 = 9$, 求 μ 的 95% 的置信区间.

四、研究两种固体燃料火箭推进器的燃烧率, 设两者都服从正态分布, 并且已知燃烧率的标准差近似为 0.05 cm/s, 取样本容量为 $n_1 = n_2 = 20$, 得燃烧率的样本均值分别为 $\bar{x}_1 = 18$ cm/s, $\bar{x}_2 = 24$ cm/s, 求两燃烧率总体均值差 $\mu_1 - \mu_2$ 的置信度为 0.99 的置信区间.

五、研究由机器 A 和机器 B 生产的钢管的内径(单位: mm), 随机抽取机器 A 生产的管子 16 只, 测得样本方差 $S_1^2 = 0.34$; 抽取机器 B 生产的管子 13 只, 测得样本方差 $S_2^2 = 0.29$. 设两样本相互独立, 且设机器 A, 机器 B 生产的管子的内径分别服从正态分布 $N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $N(\mu_2, \sigma_2^2)$, 这里 $\mu_i, \sigma_i^2 (i = 1, 2)$ 均未知. 试求方差比 σ_1^2/σ_2^2 的置信水平为 0.90 的置信区间.

练习 7.1

(7.1 假设检验的一般理论)

一、填空题

1. 某工厂所生产的某种细纱支数服从正态分布 $N(\mu_0, \sigma_0^2)$, μ_0, σ_0^2 为已知, 现从某日生产的一批产品中随机抽取 16 缕进行支数测量, 求得子样均值和子样方差, 要检验细纱支数的均匀度是否变劣, 则应提出假设 _____

2. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 为已知, 对假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 进行假设时, 通常采用统计量 $U = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}}$, 这里 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$ 是样本均值, 则统计量 U 服从 _____ 分布.

3. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自正态总体 $X \sim N(\mu, 2)$ 的简单随机样本, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, Z_\alpha$ 表示标准正态分布的上侧 α 分位数, 假设检验问题 $H_0: \mu \leq 1, H_1: \mu > 1$ 的显著性水平为 α 检验的拒绝域为 _____

二、单项选择题

1. 在假设检验中, 记 H_1 为备择假设, 则犯第一类错误的是指().

- (A) H_1 真, 接受 H_1 ; (B) H_1 假, 接受 H_1 ;
(C) H_1 真, 拒绝 H_1 ; (D) H_1 假, 拒绝 H_1 .

2 设总体 X 服从正态分布 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为来自正态总体 X 的简单随机样本, 据此样本检验: $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 则()

- (A) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0 , 那么在检验水平率 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0 ;
(B) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下拒绝 H_0 , 那么在检验水平率 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0 ;
(C) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0 , 那么在检验水平率 $\alpha = 0.01$ 下必拒绝 H_0 ;
(D) 如果在检验水平 $\alpha = 0.05$ 下接受 H_0 , 那么在检验水平率 $\alpha = 0.01$ 下必接受 H_0 .

3. 在假设检验中, 用 α 表示犯第一类错误的概率, β 表示犯第二类错误的概率, 则当样本容量一定时, 下列说法正确的是().

- (A) α 减少 β 也减少;
(B) α 增加 β 也增加;
(C) α 与 β 不能同时减少, 减少其中一个, 往往另一个会增加;
(D) α 的大小与 β 无关.

三、已知总体 X 的概率密度只有两种可能，设

$$H_0: f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad H_1: f(x) = \begin{cases} \frac{x}{2}, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases}$$

对 X 进行一次观测，得样本 X_1 ，规定样本 $X_1 \geq \frac{3}{2}$ 时拒绝 H_0 ，否则就接受 H_0 ，则此检验

的第一类错误概率 α 和第二类错误概率 β 分别为多少？

四、从某种试验物中取出 24 个样品，测量其发热量，计算得 $\bar{x} = 11958$ ，样本标准差 $s = 323$ ，问以 5% 的显著水平是否可认为发热量的期望值是 12100 (假定发热量是服从正态分布的)？

五、设 $X_1, X_2, \dots, X_{16}$ 是来自正态总体 $X \sim N(\mu, 4)$ 的样本，考虑检验问题： $H_0: \mu = 6$ ， $H_1: \mu \neq 6$ 拒绝域为 $W = \{|\bar{x} - 6| \geq c\}$ ，(1) 试求 c ，使得检验的显著性水平为 0.05. (2) 求该检验在 $\mu = 6.5$ 处犯第二类错误的概率 β .

练习 7.2

(7.2 正态总体均值与方差的假设检验)

一、填空题

1. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为取自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的一个样本, 对于给定的显著性水平 α , 已知关于 σ^2 检验的拒绝域为 $\chi^2 \leq \chi^2_{1-\alpha}(n-1)$, 则相应的备择假设 H_1 为 _____.

2. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, 在显著性水平 0.05 下, 检验假设 $H_0: \mu \geq \mu_0$, $H_1: \mu < \mu_0$, 拒绝域是 _____.

3. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 的简单样本, 其中 μ , σ^2 未知, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $Q^2 = \sum_{j=1}^n (X_j - \bar{X})^2$, 则假设 $H_0: \mu = 0$ 的 t 检验使用的统计量 $T =$ _____.

二、选择题

1. 设总体 X 服从正态分布 $N(\mu, 4)$, 从中取出一个容量为 25 的简单随机样本, 测得样本均值 $\bar{X} = 10$, $\alpha = 0.05$, 则在以下假设中将被拒绝的 H_0 是().

(A) $H_0: \mu = 9$;

(B) $H_0: \mu = 9.5$;

(C) $H_0: \mu = 10$;

(D) $H_0: \mu = 10.5$.

2. 已知 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ 和 $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 为检验总体 X 的均值大于 Y 的均值, 则应作检验的假设为()

(A) $H_0: \mu_1 > \mu_2, H_1: \mu_1 \leq \mu_2$.

(B) $H_0: \mu_1 \geq \mu_2, H_1: \mu_1 < \mu_2$

(C) $H_0: \mu_1 < \mu_2, H_1: \mu_1 \geq \mu_2$.

(D) $H_0: \mu_1 \leq \mu_2, H_1: \mu_1 > \mu_2$

3. 设总体 $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$, $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$ 相互独立, 样本容量分别为 n_1, n_2 , 样本方差分别为 s_1^2, s_2^2 , 在显著性水平 α 下, 检验 $H_0: \sigma_1^2 \geq \sigma_2^2, H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$ 的拒绝域为().

(A) $\frac{s_2^2}{s_1^2} \geq F_{\alpha}(n_2 - 1, n_1 - 1)$;

(B) $\frac{s_2^2}{s_1^2} \geq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_2 - 1, n_1 - 1)$;

(C) $\frac{s_2^2}{s_1^2} \leq F_{\alpha}(n_1 - 1, n_2 - 1)$;

(D) $\frac{s_2^2}{s_1^2} \leq F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1 - 1, n_2 - 1)$.

三、从某种试验物中取出 24 个样品, 测量其发热量, 计算得 $\bar{x} = 11958$, 样本标准差 $s = 323$, 假定发热量是服从正态分布, (1) 以 5% 的显著水平是否可认为发热量的期望值是 12100? (2) 以 1% 的显著水平是否可认为发热量的期望值是 12100?

四、某食品厂用自动装罐机装罐头食品, 规定标准重量为 250 克, 标准差不超过 3 克时机器工作为正常, 每天定时检验机器情况, 现抽取 16 罐, 测得平均重量 $\bar{X} = 252$ 克, 样本标准差 $S = 4$ 克, 假定罐头重量服从正态分布, 试问该机器工作是否正常? (分别讨论 $\alpha = 0.1, \alpha = 0.05$ 和 $\alpha = 0.01$ 的三种情况)

五、有甲、乙两台机床加工同样产品，从此两台机床加工的产品中随机抽取若干产品，测得产品直径(单位：mm) 为机床甲：20.5, 19.8, 19.7, 20.4, 20.1, 20.0, 19.0, 19.9；机床乙：19.7, 20.8, 20.5, 19.8, 19.4, 20.6, 19.2. 试比较甲、乙两台机床加工的精度有无显著差异($\alpha = 5\%$)？（提示：机床甲样本均值 $\bar{X} = 19.925$ ，样本方差 $s_1^2 = 0.2164$ ，机床乙样本均值 $\bar{Y} = 20$ ，样本方差 $s_2^2 = 0.3967$. 要求先判断两总体方差是否相等，再判断两总体均值是否相等）

练习 7.3

(7.3 区间估计与假设检验的关系)

一、填空题

1. 对正态总体的数学期望 μ 进行假设检验, 如果在显著性水平 0.05 下, 接受假设 $H_0: \mu = \mu_0$, 那么在显著性水平 0.01 下, _____ H_0 .
2. 对正态总体的数学期望 μ 作区间估计, 如果在置信度 0.95 下, 置信区间是 (3.24 4.66), 那么在显著性水平 0.05 下, 假设 $H_0: \mu = \mu_0$ 的拒绝域是 _____, 接受域是 _____.

二、单项选择题

1. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 样本容量为 n , 已知在显著性水平 0.05 下, 检验 $H_0: \mu \geq \mu_0$, $H_1: \mu < \mu_0$ 的结果是拒绝 H_0 , 那么在显著性水平 0.1 下, 检验 $H_0: \mu = u_0$, $H_1: \mu \neq u_0$ 的结果是().
(A) 一定接受 H_0 ; (B) 一定拒绝 H_0 ;
(C) 不一定接受 H_0 ; (D) 不一定拒绝 H_0 .
2. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 样本容量为 n , 已知在显著性水平 0.01 下, 检验 $H_0: \mu \geq \mu_0$, $H_1: \mu < \mu_0$ 的结果是拒绝 H_0 , 那么在显著性水平 0.05 下, 检验 $H_0: \mu = u_0$, $H_1: \mu \neq u_0$ 的结果是().
(A) 一定接受 H_0 ; (B) 一定拒绝 H_0 ;
(C) 不一定拒绝 H_0 ; (D) 以上说法都不对.

三、设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, σ^2 已知, μ 未知, $x_1, x_2, \dots, x_n$ 是样本观察值. 已知 μ 的置信水平为 0.95 的置信区间为 (4.71, 5.69), 那么取显著性水平 $\alpha = 0.05$ 时, 试检验假设: $H_0: \mu = 5.0$, $H_1: \mu \neq 5.0$.

四、设 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 是取自正态总体 $X \sim N(\mu, 1.21^2)$ 的样本, 已知 μ 的置信水平为 $1 - \alpha$ 的置信区间是 $(\bar{x} - \frac{2}{\sqrt{n}}, \bar{x} + \frac{2}{\sqrt{n}})$, 求假设检验 $H_0: \mu = 2$, $H_1: \mu \neq 2$ 的拒绝域.

五、设 $X \sim N(\mu, 1)$, μ 未知, $\alpha = 0.05$, $n = 16$, 且由一样本算得 $\bar{x} = 5.2$. (1) 求参数 μ 的一个置信水平为 0.95 的置信区间. (2) 假设检验 $H_0: \mu = 5.5$, $H_1: \mu \neq 5.5$, 观察 $\mu = 5.5$ 是否属于置信区间, 并判断是否接受 H_0 . (3) 求右边检验问题 $H_0: \mu \leq \mu_0$, $H_1: \mu > \mu_0$ 的接受域, 并求 μ 的单侧置信下限.

