习题 1.2

1. (1)化简放大：将 $|x_n - a|$ 化简或适当放大为 $|x_n - a| < f(n)$；

(2)分析求 N：$\forall \varepsilon > 0$，要使 $|x_n - a| < \varepsilon$，只须 $f(n) < \varepsilon$，再解不等式 $f(n) < \varepsilon$，从而较方便地由 ε 定出了所需的 N.

(3)总结得证：则当 $n > N$ 时，有 $|x_n - a| < \varepsilon$. 故 $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = a$.

2. (1)收敛，$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{2^n} = 0$；(2)收敛，$\lim\limits_{n\to\infty}(-1)^n\frac{1}{n} = 0$；(3)收敛，$\lim\limits_{n\to\infty}\left(2 + \frac{1}{n^2}\right) = 2$；

(4)收敛，$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2n-1}{3n+1} = \frac{2}{3}$；(5)发散；(6)收敛，$\lim\limits_{n\to\infty}\frac{2^n - 1}{3^n} = 0$；(7)发散；(8)发散.

3. $\lim\limits_{n\to\infty} x_n = 0$，$N = \left[\frac{1}{\varepsilon}\right]$，1000.

8. 反例：$\{x_n\} = \{(-1)^n\}$.