

习题 1.3

1. (1) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \text{当 } 0 < x - x_0 < \delta \text{ 时, 有 } |f(x) - A| < \varepsilon;$

(2) $\lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists \delta > 0, \text{当 } 0 < x_0 - x < \delta \text{ 时, 有 } |f(x) - A| < \varepsilon;$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists X > 0, \text{当 } x < -X \text{ 时, 有 } |f(x) - A| < \varepsilon;$

(4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A \Leftrightarrow \forall \varepsilon > 0, \exists X > 0, \text{当 } x > X \text{ 时, 有 } |f(x) - A| < \varepsilon.$

5. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^+} \varphi(x) = 1, \lim_{x \rightarrow 0^-} \varphi(x) = -1, \lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 1$ 存在, $\lim_{x \rightarrow 0} \varphi(x)$ 不

存在.

7. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ 不存在, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -2, \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1.$

8. $X = 20.$

9. $\delta = 0.0002.$

10. 如果 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$, 那么存在常数 $M > 0$ 和 $X > 0$, 使得当 $|x| > X$ 时, 有 $|f(x)| \leq M.$