

习题 2.3

1. 单增区间为 $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$, 单减区间为 $(-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 和 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$;

2. 略

3. 当 $0 < a < \frac{1}{e}$ 时方程有两实根, 当 $a > \frac{1}{e}$ 时没有实根, 当 $a = \frac{1}{e}$ 时有一实根 $x = e$.

4. 极大值为 $f(-1) = 28$, 极小值为 $f(2) = 1$.

5. 极大值为 $f(0) = 0$, 极小值为 $f(1) = -3$.

6. 极大值 $f(1) = 1$.

7. $a = -\frac{2}{3}$, $b = -\frac{1}{6}$. $f(1)$ 是极小值; $f(2)$ 是极大值.

8. 最大值为 $f(1) = 0$, 最小值为 $f(0) = -8$.

9. 当截去边长为 $x = \frac{a}{6}$ 的小方块时, 可达到盒子容量最大.

10. $b = \sqrt{\frac{1}{3}}d$, $h = \sqrt{\frac{2}{3}}d$.

11. (1) 如果 n 为偶数, $b < 0$ 时, $f(a)$ 为极大值; 当 $b > 0$ 时, $f(a)$ 为极小值.

(2) 如果 n 为奇数, $f(x)$ 在 $x = a$ 处不取极值.

12. 在 $(-\infty, 0)$ 上是凹的; 在 $(0, +\infty)$ 上是凸的.

13. 略

14. $(-\infty, 4)$ 凹的, $(4, +\infty)$ 凸的, $(4, 3)$ 是拐点.

15. $a = -\frac{3}{2}$, $b = \frac{9}{2}$.

16. 铅直渐近线 $x = 1$ 与 $x = -3$, 斜渐近线 $y = x - 2$.

17. 略. 18. 略.

19. 略

20. 在 $(-\infty, \frac{3}{2})$ 是凸函数, 在 $(\frac{3}{2}, +\infty)$ 是凹函数.

21. (1) 当 $x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$ 时, 曲线是凸的; 当 $x \in (-\frac{1}{2}, 0)$ 时, 故曲线是凹的; 当 $x \in$

$(0, +\infty)$ 时, 曲线是凸的. 点 $(-\frac{1}{2}, e^{-2})$ 和 $(0, 0)$ 是曲线的两个拐点.

(2) 上凸的 x 的取值范围为 $(-\infty, 0)$ 或者 $(-\infty, 0]$.

(3) 在点 $(1, 1)$ 附近是凸的.

22. $x = 0$ 是垂直渐近线; 直线 $y = 0$ 是水平渐近线; $y = x$ 是一条斜渐近线.

23. $0, \frac{1}{R}$.

24. 砂轮半径不超过 $\frac{b^2}{a}$ ($0 < b < a$) 才不会产生过量磨损, 或有的地方磨不到的问题.

25. 2. 26. $\frac{3\sqrt{2}}{4a}$.