

习题 6.3

1. (1) C; (2) B; (3) B; (4) B; (5) C; (6) A; (7) C.

$$2. (1) \frac{x - \frac{1}{2}}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z + \frac{1}{2}}{2}; (2) x - y + 2z = \pm \sqrt{\frac{11}{2}}; (3) \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1};$$

$$(4) x - 4y + 6z - 12 = 0; (5) \vec{n}^0 = \frac{1}{\sqrt{5}}\{0, \sqrt{2}, \sqrt{3}\}; (6) \frac{\pi}{4}; (7) (1, -1);$$

$$(8) 64; (9) \left(\frac{8}{5}, \frac{16}{5}\right); (10) \text{极小值: } f\left(\frac{1}{2}, -1\right) = -\frac{e}{2};$$

$$(11) \text{极大值: } z\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) = \frac{1}{4}; (12) \text{极大值: } f(2, -2) = 8;$$

$$3. \text{切线方程: } \frac{x - (\frac{\pi}{2} - 1)}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}, \text{法平面方程: } x + y + \sqrt{2}z = \frac{\pi}{2} + 4.$$

$$4. \text{切线方程: } \frac{x - \frac{1}{2}}{0} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{2}, \text{法平面方程: } 2z - y = 0.$$

$$5. \text{切线方程: } \frac{\sqrt{2}x - a}{-a} = \frac{\sqrt{2}y - a}{a} = \frac{4z - b\pi}{4b}, \text{法平面方程: } 2\sqrt{2}a(x - y) - b(4z - b\pi) = 0.$$

$$6. P_1(-1, 1, -1) \text{ 或 } P_2(-\frac{1}{3}, \frac{1}{9}, -\frac{1}{27}).$$

$$7. \text{切平面方程: } x + 2y - 4 = 0, \text{法线方程: } \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{0}.$$

$$8. \text{切平面方程: } 9x + y - z - 27 = 0, \text{法线方程: } \frac{x-3}{9} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}.$$

$$9. \text{切平面方程: } x + 2y - z + 5 = 0, \text{法线方程: } \frac{x-2}{-1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z-1}{1}.$$

$$10. \text{切平面方程: } 2ax_0x + 2by_0y - z - z_0 = 0, \text{法线方程: } \frac{x-x_0}{2ax_0} = \frac{y-y_0}{2by_0} = \frac{z-z_0}{-1}.$$

$$11. \arccos \frac{3}{\sqrt{22}}.$$

$$12. \text{提示: } \mathbf{T}_{\text{切向}} = \mathbf{n}_1 \times \mathbf{n}_2, \text{切线方程: } \frac{x-1}{16} = \frac{y-1}{9} = \frac{z-1}{-1}$$

$$\text{法平面方程: } 16x + 9y - z - 24 = 0.$$

13. 略

$$14. f_{\min}(\sqrt[3]{a}, \sqrt[3]{a}) = 3\sqrt[3]{a^2}.$$

$$15. z_{\min} = \frac{a^2b^2}{a^2+b^2}.$$

16. 当长、宽为 $\frac{2a}{\sqrt{3}}$, 高为 $\frac{a}{\sqrt{3}}$ 时, 内接长方体体积最大.

17. 最短距离为 $\sqrt{2}/2$.

18. $x=4.8$ 千克, $y=1.2$ 千克, 利润为 229.6 万元.

19. $x=15$ 千元, $y=10$ 千元.

20. 产出分别为 5 和 7.5 个单位时, 最大利润为 550

21. 极小值: $u(3, 3, 3) = 9$.

22. 当两直角边都等于 $\frac{l}{\sqrt{2}}$ 时, 三角形周长最大.

23. $x_{\text{长}} = y_{\text{宽}} = \sqrt{\frac{A}{3a}}$, $z_{\text{高}} = \frac{a}{2b} \sqrt{\frac{A}{3a}}$.

24. 当长, 宽都是 $\sqrt[3]{2k}$, 而高为 $\frac{1}{2} \sqrt[3]{2k}$ 时, 表面积最小.

25. 提示: 考虑 $f(u, v, w) = \frac{a^2 b^2 c^2}{uvw}$ 在条件 $\frac{u^2}{a^2} + \frac{v^2}{b^2} + \frac{w^2}{c^2} = 1$ 之下的最小值, 由拉格朗日乘

数法得最小值为 $3\sqrt{3}abc$.

26. 提示: 设平面方程为 $Ax + By + Cz + D = 0$, 问题即求: $V^2 = \frac{1}{36} \frac{D^6}{A^2 B^2 C^2}$ 在条件 $2A + B +$

$\frac{1}{3}C + D = 0$ 下的最小值, 由拉格朗日乘数法得平面方程为: $x + 2y + 6z - 6 = 0$, 最小体积是 3.

27. 提示: 问题可看作 $d^2 = x^2 + y^2 + z^2$ 在条件 $\begin{cases} z = x^2 + y^2 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$ 下的最值,

令 $F(x, y, z, \lambda, u) = x^2 + y^2 + z^2 + \lambda(x^2 + y^2) + u(x + y + z - 1)$.

求得最长距离为: $\sqrt{9 + 5\sqrt{3}}$, 最短距离为: $\sqrt{9 - 5\sqrt{3}}$.