

导学 1.1

(1.1 函数及其性质)

一、相关问题

1. 分析我校学生的学号编制方案, 请为我校 2016 级新同学设计新的学号编制方案, 说明每个学生与其学号的对应关系应该具备哪些特征.

2. 为了节约用水, 近年来很多城市都实施了分段收费制, 请根据某城市的实际分段收费情况用恰当的函数表示这一收费方案.

二、相关知识

1. 两个函数在什么情况下是相同的?
2. 说明反函数存在的条件, 函数与其反函数的图像有何关系. 举例说明求反函数的基本步骤.
3. 叙述复合函数的定义, 说明两个函数能复合的条件.
4. 基本初等函数有哪些? 什么是初等函数?

三、练习题

1. 判断下列函数 $f(x)$ 与 $g(x)$ 是否为同一函数.

$$(1) f(x) = \lg x^2, g(x) = 2\lg x; \quad (2) f(x) = x, g(x) = \sqrt{x^2};$$

$$(3) f(x) = \sqrt[3]{x^4 - x^3}, g(x) = x \sqrt[3]{x - 1}.$$

2. 讨论函数 $D(x) = \begin{cases} 1, & x \text{ 为有理数} \\ 0, & x \text{ 为无理数} \end{cases}$ 的周期性.

3. 下列函数是否为初等函数?

$$(1) y = x^x; \quad (2) y = 2^{-x^2}; \quad (3) y = [x].$$

4. 写出下列函数的复合过程.

$$(1) y = (1 + x^2)^{\frac{1}{4}}; \quad (2) y = \frac{1}{1 + \arcsin 2x}.$$

5. 设 $3f(x) + f\left(\frac{1}{x}\right) = x$, 求 $f(x)$.

四、思考题

1. 证明定义在对称区间 $[-a, a]$ 上的任意函数都可以表示成一个奇函数和一个偶函数的和.

2. 分段函数是否是初等函数?