

导学 1.3

(1.3 函数极限)

一、相关问题

1. 假设铀的衰变函数为 $y = ae^{-kt}$, a 是初始时刻的质量, $k > 0$ 为衰变系数, 分析铀的变化过程.
2. 讨论变速直线运动 $s = s(t)$ 的瞬时速度 $v(t)$ 的计算方法.

二、相关知识

1. 理解 $x \rightarrow \infty$ 时函数极限 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ 的定义, 说明 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = A$ 的精确定义与数列极限 $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = A$ 的精确定义的关系.
2. 叙述函数 $f(x)$ 在 x_0 处的左、右极限的 $\varepsilon - \delta$ 定义, 说明当 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的左、右极限与当 $x \rightarrow x_0$ 时函数 $f(x)$ 的极限之间的关系.
3. 以一个函数为例, 从几何上描述 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 的变化过程.

三、练习题

1. 给出下列函数的极限的精确定义
 - (1) $\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = A$;
 - (2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$.
2. 用函数极限的定义证明 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x}} = 0$.
3. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} 1 - x, & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ 1 + x^2, & x < 0 \end{cases}$ 在 $x = 0$ 处的极限.

四、思考题

1. 讨论函数的极限时, 在什么情况下应该考虑左、右极限?
2. 如何说明函数在某一点的极限不存在, 有哪些方法可以说明?