

导学 1.6

(1.6 无穷小与无穷大)

一、相关问题

1. 分析以 0 为极限的函数的变化趋势, 说明 $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ 与 $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) - A] = 0$ 的关系.
2. 数列 $\left\{\frac{1}{n}\right\}$ 和 $\left\{\frac{1}{n^2}\right\}$ 都以 0 为极限, 分析它们趋近于 0 的速度那个更快, 如何度量它们收敛于 0 的快慢程度?

二、相关知识

1. 很小很小的数是否是无穷小? 0 是否为无穷小?
2. 证明有界函数与无穷小的乘积是无穷小.
3. 理解无穷大的定义, 说明无穷大与无穷小的关系.

三、练习题

1. 当 $x \rightarrow 0$ 时, 下列函数哪些是 x 的高阶无穷小? 哪些是 x 的同阶无穷小? 哪些是 x 的低阶无穷小? 并指出它们分别是 x 的几阶无穷小.

$$(1) \sqrt{x^2 + \sqrt{x}}; \quad (2) \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}; \quad (3) 2x \cos x \sqrt{\tan^2 x}.$$

$$2. \text{求极限 } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(\tan x)}{\sin 2x}.$$

四、思考题

利用等价无穷小替换求函数的极限时, 应注意些什么?