

导学 2.1

(2.1 导数及微分 2.1.1 引例 2.1.2 导数概念 2.1.3 导数的几何意义
2.1.4 可导与连续的关系 2.1.5 求导数的例题·导数基本公式表)

一、相关问题

1. 一艘轮船从轮渡港口出发在海上行驶, 离开港口 t 分钟的位移为 $s = 60t^2 - 20t + 40$ 米, 求 $t = 15$ 分钟时轮船的瞬时速度.
2. 过原点作曲线 $y = e^x$ 的切线, 求此切线方程.

二、相关知识

1. 函数在某一点的导数如何定义?
2. 函数在某一点的左右导数如何定义?
3. 函数在某一区间上的导函数如何定义?
4. 如何用导数的定义求函数的导数?
5. 导数的几何意义与物理意义是什么?
6. 函数的可导性与函数的连续性有什么关系?

三、练习题

1. 讨论函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在点 $x = 0$ 处的连续性与可导性.
2. 设 $f(x) = \begin{cases} \frac{1 - \sqrt{1-x}}{x}, & x < 0 \\ a + bx, & x \geq 0 \end{cases}$, 问 a, b 为何值时 $f(x)$ 在 $x = 0$ 处可导并求 $f'(x)$.
3. 求曲线 $y = x\sqrt{x}$ 的通过点 $(0, -4)$ 的切线方程.

四、思考题

1. 函数 $f(x)$ 在连续点处不可导有哪些类型?
2. 函数 $f(x)$ 在点 x_0 可导, 是否函数在点 x_0 的某个邻域内每一点可导?
3. 符号 $f'_+(x_0)$ 与 $f'(x_0 + 0)$ 是否有区别?
4. 举例说明哪些类型的函数在求其个别点处的导数或左右导数时, 需要用导数的定义来求?
5. 若函数 $f(x)$ 在点 x_0 不可导, 则曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x_0, f(x_0))$ 一定不存在切线吗?