

## 导学 2.10

(2.3.4 曲线的凹性及其判定法 2.3.5 曲线的拐点及其求法

2.3.6 曲线的渐近线 2.3.7 函数图形的描绘方法)

### 一、相关问题

一高为  $H$ 、满缸水量为  $V$  的鱼缸的截面如图 1 所示, 其底部碰了一个小洞, 满缸水从洞中流出. 若鱼缸水深为  $h$  时水的体积为  $V$ , 则函数  $V = f(h)$  的大致图像可能是图 2 中的 ( ).

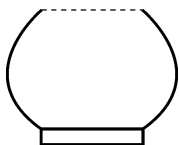


图 1

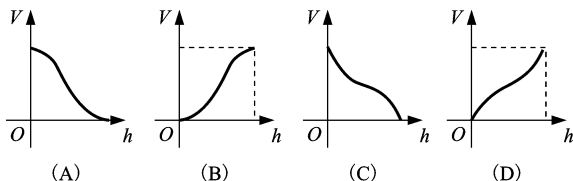


图 2

### 二、相关知识

1. 如图 3, 函数  $f_1(x)$  与  $f_2(x)$  都是增函数. 但是  $f_1(x)$  与  $f_2(x)$  递增方式不同, 有什么不同? 把形如  $f_1(x)$  的增长方式的函数称为什么函数? 而形如  $f_2(x)$  的增长方式的函数称为什么函数?

2. 曲线的凹凸性是如何定义的? 如何判断曲线的凹凸性?
3. 如何求曲线的渐近线?

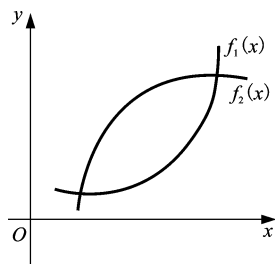


图 3

### 三、练习题

1. 曲线  $y = \begin{cases} x(x-1)^2, & 0 \leq x \leq 1 \\ (x-1)^2(x-2), & 1 < x \leq 2 \end{cases}$  在区间  $(0, 2)$  内有 ( ).  
 (A) 2 个极值点, 3 个拐点; (B) 2 个极值点, 2 个拐点;  
 (C) 2 个极值点, 1 个拐点; (D) 3 个极值点, 3 个拐点.
2. 函数  $f(x) = \frac{x|x|}{(x-1)(x-2)}$  在  $(-\infty, +\infty)$  上有 ( ).  
 (A) 1 条竖直渐近线, 1 条水平渐近线; (B) 1 条竖直渐近线, 2 条水平渐近线;  
 (C) 2 条竖直渐近线, 1 条水平渐近线; (D) 2 条竖直渐近线, 2 条水平渐近线.
3. 证明:  $x \ln x + y \ln y > (x+y) \ln \frac{x+y}{2}$  (其中  $x > 0, y > 0, x \neq y$ ).
4. 求  $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x + 3$  的凹凸区间.

### 四、思考题

曲线的斜渐近线有何特点?