

导学 2.2

(2.1.6 函数的和、差、积、商的导数 2.1.7 反函数的导数 2.1.8 复合函数的导数)

一、相关问题

1. 已知 $y = x^3 + 3^x + \frac{\cos x}{x+1} + \sin x \ln x + 3^3$, 求 $\frac{dy}{dx}$.
2. 设 $f(x)$ 可导, $y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x)$, 求 $\frac{dy}{dx}$.

二、相关知识

1. 如何求两个函数的积、商的导数?
2. 如何求反函数的导数?
3. 如何求复合函数的导数?

三、练习题

1. 设 $f(x) = \frac{x - \sqrt{x} - \sqrt[3]{x} + 1}{\sqrt{x}}$, 求 $f'(x)$.
2. 设 $f(x) = \frac{\sec x}{1 + \tan x}$, 求 $f'(x)$.
3. 设 $f(x) = \begin{cases} \ln(1+x), & x > 0 \\ 0, & x = 0 \\ \frac{1}{x} \sin^2 x, & x < 0 \end{cases}$, 求 $f'(x)$.

四、思考题

1. 若函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在点 x_0 都不可导, 则它们的和 $H(x) = f(x) + g(x)$ 与积 $G(x) = f(x)g(x)$ 在点 x_0 是否也不可导?
2. 设 $F(x) = f(x) + g(x)$, $H(x) = f(x)g(x)$, 且在点 x_0 处, $f(x)$ 可导而 $g(x)$ 不可导, 则在 x_0 处, $F(x)$ 与 $H(x)$ 是否可导?
3. 若函数 $f(u) = u^2$ 在点 $u_0 = g(x_0)$ 可导, 而函数 $g(x)$ 在 x_0 不可导, 它们的复合函数 $f[g(x)]$ 在点 x_0 是否也不可导?
4. 若 $u = \varphi(x)$ 在 x_0 处不可导, $y = f(u)$ 在 $u_0 = \varphi(x_0)$ 处也不可导, 问函数 $y = f[\varphi(x)]$ 在 x_0 处是否一定不可导?