

导学 3.1

(3.1 不定积分 3.1.1 原函数与不定积分的概念

3.1.2 不定积分的性质 3.1.3 基本积分表)

一、相关问题

1. 已知物体的运动速度函数 $v = v(t)$ ，如何求其运动方程 $s = s(t)$ ，还需要什么条件可以确定唯一的运动方程？
2. 已知曲线 $y = f(x)$ 在点 $(x, f(x))$ 处的切线斜率为 $\sec^2 x + \sin x$ ，且此曲线与 y 轴的交点为 $(0, 5)$ ，求此曲线方程。

二、相关知识

1. 什么是原函数？不同原函数之间有什么关系？
2. 不定积分与原函数有什么关系？
3. 怎样正确理解“微分运算和积分运算是互逆的”这一说法的含义？

三、练习题

1. $d \int d \int f(x) dx = \underline{\hspace{2cm}}$.
2. 设 $\int f(x) dx = \frac{1}{6} \ln(3x^2 + 1) + C$ ，则 $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.
3. 下面的写法或计算对吗？如果不对，说明理由，并改正过来。
 (1) $\int \sin x dx = -\cos x$; (2) $\int \cos x = \sin x + C$; (3) $\int \mu^5 dv = \frac{1}{6} \mu^6 + C$.
4. 利用基本积分表求下列不定积分
 (1) $\int e^x 3^x dx$; (2) $\int \frac{1+x+x^2}{x(1+x^2)} dx$; (3) $\int \frac{1}{1+\cos 2x} dx$; (4) $\int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \sin^2 x} dx$.

四、思考题

1. $\int x^\mu dx$ 与 $\int x^\mu d\mu$ 是否相同 ($\mu > 0$)？
2. 若 $f(x)$ 的一个原函数为 $\cos x$ ，求 $\int f'(x) dx$.
3. 设 $f(x) = \begin{cases} -\sin x, & x \geq 0 \\ x, & x < 0 \end{cases}$ ，以下计算是否正确？

$$\int f(x) dx = \begin{cases} -\int \sin x dx = \cos x + C, & x \geq 0, \\ \int x dx = \frac{1}{2} x^2 + C, & x < 0. \end{cases}$$