

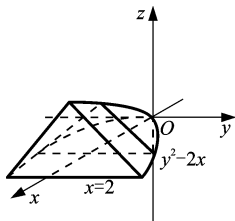
导学 3.11

(3.3.2 体积(平行截面面积已知的立体体积) 3.3.3 平面曲线的弧长

3.3.4 定积分在物理、力学上的应用)

一、相关问题

1. 有一立体以抛物线 $y^2 = 2x$ 及直线 $x = 2$ 所围成的图形为底, 而该立体垂直于 x 轴的截面都是等边三角形, 如图所示. 求其体积. (只分析计算思路)



2. 由物理学我们知道如果物体在常力 F 的作用下沿直线运动, 且力的方向与物体运动方向一致, 那么, 在物体移动了距离 S 时, 力对物体所作的功为: $W = F \cdot S$. 但在实际问题中, 物体在运动过程中所受到的力是变化的. 例如, 给定两质点 A, B 的质量分别为 M, m , 相距为 a , 将质点 B 沿直线 AB 移至距 A 为 b 的位置 B' , 如何求克服引力所作的功? (只分析思路)

3. 一闸门的形状为倒置的梯形, 两底长度分别为 $2a, 2b (a < b)$, 高为 h . 求满水时闸门一侧所受水压力的. (只分析思路)

二、相关知识

1. 给出曲线 $x = g(y), c \leq y \leq d$ 的弧长计算公式.
2. 平行截面面积已知的立体体积公式是什么?
3. 如何解决变力沿直线做功问题?
4. 水压力问题如何解决?

三、练习题

1. 求阿基米德螺线 $r = a\theta (a > 0)$ 相应于 θ 从 0 到 2π 一段的弧长.
2. 给出本导学相关问题中第 1 问的体积计算具体解答.
3. 给出本导学相关问题中第 2 问的克服引力所作的功的具体解答.
4. 给出本导学相关问题中第 3 问的求满水时闸门一侧所受水压力的的大小的具体解答.

四、思考题

1. 试根据平面曲线的参数方程形式下的弧长公式给出空间曲线在参数式方程形式下的弧长计算公式.

2. 利用定积分计算平行截面面积已知(假设为 $A(x), x \in [a, b]$) 的立体体积的公式 $V = \int_a^b A(x) dx$ 与利用定积分计算由连续曲线 $y = f(x) (f(x) \geq 0)$, 直线 $x = a, x = b (a < b)$ 及 x 轴所围成的曲边梯形绕 x 轴旋转一周而成的旋转体体积的公式 $V = \pi \int_a^b y^2(x) dx$ 有何联系?