

导学 3.8

(3.2.5 用换元法计算定积分 3.2.6 用分部积分法计算定积分)

一、相关问题

计算下列积分

$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} dx (a > 0); \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 x \cos x dx.$$

二、相关知识

1. 定积分的换元法与不定积分的换元法有什么区别与联系?
2. 定积分的分部积分法与不定积分的分部积分法有什么区别与联系?

三、练习题

1. 计算 $\int_{-2}^{-1} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x} dx$.
2. 设函数 $f(x) = \begin{cases} xe^{-x^2}, & x \geq 0 \\ \frac{1}{1 + \cos x}, & -1 < x < 0 \end{cases}$, 计算 $\int_1^4 f(x - 2) dx$.
3. 求 $\int_1^{\pi+1} \sin 2x dx$, $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos^6 2x dx$.
4. 求下列定积分
(1) $\int_0^{\pi} x \cos x dx$; (2) $\int_0^{e-1} \ln(1+x) dx$; (3) $\int_0^{2\pi} e^x \cos x dx$.

四、思考题

1. 对称区间上奇、偶函数的定积分有什么特点?
2. 周期函数的定积分计算有什么特点?