

导学 4.7

(4.6 函数展开为正弦函数与余弦函数)

一、相关问题

什么叫奇延拓、偶延拓，为什么有时需将 $f(x)$ 进行延拓？

二、相关知识

1. 正弦级数和余弦级数有什么区别与联系？
2. 如何将一个函数展开成正弦级数和余弦级数？

三、练习题

1. 将函数 $f(x) = x + 1$, $(0 \leq x \leq \pi)$ 分别展开成正弦级数和余弦级数.
2. 将函数 $M(x) = \begin{cases} \frac{px}{2}, & 0 \leq x < \frac{l}{2}, \\ \frac{p(l-x)}{2}, & \frac{l}{2} \leq x \leq l, \end{cases}$ 展开成正弦级数.
3. 将 $f(x) = 1 - x^2$, $(0 \leq x \leq \pi)$ 用余弦级数展开，并求 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$ 的和.
4. 设 $x^2 = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \cos nx$, $x \in (-\pi, \pi)$, 求 a_2 .

四、思考题

同样一个函数在同样的区间上是否既可以用正弦级数表示，又可以用余弦级数表示？