

导学 5.3

(5.4 平面与空间直线)

一、相关问题

1. 在空间中, 如何求通过两点 $P_i(x_i, y_i, z_i) (i = 1, 2)$ 的直线方程?
2. 在空间中, 如何求过不共线的三点 $M_i(x_i, y_i, z_i) (i = 1, 2, 3)$ 的平面方程?

二、相关知识

1. 平面方程和直线方程各自有几种表示式?
2. 什么是平面束? 其方程有什么特点?
3. 直线与平面、直线与直线有哪些位置关系?
4. 用向量法如何推导点到平面、点到直线的距离公式, 它们各是什么形式?

三、练习题

1. 在直线方程 $\frac{x-4}{2m} = \frac{y}{n} = \frac{z-2}{6+p}$ 中, m, n, p 各怎样取值时, 直线与 xOy 面和 yOz 面都平行?
2. 若平面 $x + ky - 2z = 0$ 与平面 $2x - 3y + z = 0$ 的夹角为 $\frac{\pi}{4}$, 求 k .
3. 求直线 $\begin{cases} x + y - z - 1 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$ 在平面 $x + y + z = 0$ 上的投影直线方程.
4. 一平面与 xoy 面的交线为 $\begin{cases} x + 3y - 2 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ 且与三个坐标面围成一个体积为 $\frac{8}{3}$ 的四面体, 求这个平面方程.

四、思考题

1. 求过直线 $L_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{0} = \frac{z-3}{-1}$, 且与直线 $L_2: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{1}$ 平行的平面方程.
2. 证明直线 $L_1: \begin{cases} x + 2y - z = 7 \\ -2x + y + z = 7 \end{cases}$ 与直线 $L_2: \begin{cases} 3x + 6y - 3z = 8 \\ 2x - y - z = 0 \end{cases}$ 平行.
3. 求过点 $P(1, 2, 1)$ 且与两直线 $\begin{cases} x + 2y - z + 1 = 0 \\ x - y + z - 1 = 0 \end{cases}$ 和 $\begin{cases} 2x - y + z = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases}$ 平行的平面方程.
4. 求过点 $(2, 1, 3)$ 且与直线 $L_1: \frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ 垂直相交的直线方程.