

## 导学 6.1

### (6.1.1 点集与多元函数的概念    6.1.2 二元函数的极限及连续性)

#### 一、相关问题

1. 圆柱体的体积  $V$  和它的底半径  $r$ 、高  $h$  之间具有关系  $V = \pi r^2 h$ . 这里,当  $r$ 、 $h$  在集合  $\{(r, h) \mid r > 0, h > 0\}$  内取定一对值  $(r, h)$  时,  $V$  对应的值随之确定, 这确定了一个几元函数?
2. 计算三角形面积的海伦公式为:  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ , 其中  $p = \frac{a+b+c}{2}$ , 只要在集合  $\{(a, b, c) \mid a > 0, b > 0, c > 0, a+b > c\}$  内取定一组  $(a, b, c)$  的值, 则对应值  $S$  随之确定, 这确定了一个几元函数?

#### 二、相关知识

1. 多元函数定义的两个要素是什么?
2. 怎样领会和运用多元函数的依赖关系式?
3. 怎样确定多元函数的定义域?
4. 二元函数的极限与一元函数的极限有何异同点?

#### 三、练习题

1. 求下列函数的定义域  $D$ , 并画出  $D$  的图形

$$(1) z = \arcsin \frac{x}{2} + \arcsin \frac{y}{3}; \quad (2) z = \sqrt{4 - x^2 - y^2} + \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - 1}}$$

$$2. \text{证明: } \lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{xy} \sin xy = 0.$$

$$3. \text{讨论 } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3 + y^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases} \text{ 在 } (0, 0) \text{ 处的连续性.}$$

#### 四、思考题

1. 研究多元函数有哪些基本方法?
2. 已知  $\lim_{(x_0, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y) = A$ ,  $\lim_{(x, y_0) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y) = A$ , 是否必有  $\lim_{(x, y) \rightarrow (x_0, y_0)} f(x, y) = A$ ?
3. 当点  $(x, y)$  沿着任一直线趋于点  $(0, 0)$  时, 函数  $f(x, y)$  的极限存在且都等于  $A$ , 能否说当点  $(x, y) \rightarrow (0, 0)$  时函数  $f(x, y)$  的极限也等于  $A$ .
4. 怎样判别二元函数  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  不存在极限?