

导学 6.2

(6.1.3 偏导数 6.1.4 高阶偏导数)

一、相关问题

某商店卖两种牌子的果汁，本地牌子每瓶进价 1 元，外地牌子每瓶进价 1.2 元，店主估计，如果本地牌子的每瓶卖 x 元，外地牌子的每瓶卖 y 元，则每天可卖出 $70 - 5x + 4y$ 瓶本地牌子的果汁， $80 + 6x - 7y$ 瓶外地牌子的果汁，问：(1) 店主每天的收益为多少？(2) 收益对不同价格 x, y 的变化率为多少？

二、相关知识

1. 偏导数符号“ ∂ ”怎么读？
2. 多元函数的偏导数几何意义是什么？
3. 怎样求偏导数？
4. $f_x(x, y)$ 与 $f_x(x_0, y_0)$ 两者是怎样的关系？

三、练习题

1. 求 $u = \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{xy}{2}$ 的偏导数.
2. 求函数 $z = x^2 - 3xy + 2y^2$ 在点 $(2, 1)$ 处的偏导数.
3. 设 $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ ，求证 $\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2 = 1$.
4. 求函数 $z = x^3y - 3x^2y^3$ 的二阶偏导数.

四、思考题

1. 二元函数 $f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 处的偏导数 $f_x(x_0, y_0)$ 与一元函数 $\varphi(x) = f(x, y_0)$ 在点 x_0 处的导数 $\varphi'(x_0)$ 是否相同？
2. 如果函数 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 偏导数存在，试问 $z = f(x, y)$ 在点 (x_0, y_0) 一定连续吗？