

导学 6.6

(6.2.3 隐函数及其微分法)

一、相关问题

下面各方程和方程组能确定几个几元函数?

$$(1) F(x, y) = 0; \quad (2) F(x, y, z) = 0; \quad (3) \begin{cases} F(x, y, z) = 0 \\ G(x, y, z) = 0 \end{cases};$$

$$(4) \begin{cases} F(x, y, u, v) = 0 \\ G(x, y, u, v) = 0 \end{cases}; \quad (5) \begin{cases} x = x(u, v) \\ y = y(u, v) \\ z = z(u, v) \end{cases}$$

二、相关知识

1. 如何确定隐函数的因变量及自变量?
2. 求隐函数的偏导数的方法有哪些?
3. 一般来说 m 个 $n + m$ 元方程可以确定几个几元函数? 如何确定因变量和自变量?

三、练习题

1. 设 $x^2 + z^2 = y\varphi\left(\frac{z}{y}\right)$, 其中 φ 为可微函数, 求 dz .

2. 设 $u = x^3 y^2 z^2$, 其中 $z = z(x, y)$ 是由方程 $x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz = 0$ 确定的隐函数, 求 $\frac{\partial u}{\partial x}$,

$$\frac{\partial u}{\partial y}.$$

3. 方程组 $\begin{cases} x^2 + y^2 = \frac{z^2}{2} \\ x + y + z = 2 \end{cases}$ 在点 $(1, -1, 2)$ 附近能否确定隐函数 $x = x(z)$, $y = y(z)$? 并

求隐函数的导数 $\frac{dx}{dz}$, $\frac{dy}{dz}$.

4. 设函数 $u = f(x, y, z)$ 有连续偏导数, 且 $y = y(x)$, $z = z(x)$ 分别由下列两式确定: $e^{xy} - xy = 2$, $e^x = \int_0^{x-z} \frac{\sin t}{t} dt$, 求 $\frac{du}{dx}$.

四、思考题

1. 设方程 $F(x, y, z) = 0$ 确定了隐函数 $z = z(x, y)$, 求隐函数 $z = z(x, y)$ 的偏导数有哪些方法?
2. 如何求由方程组所确定的隐函数的导数或偏导数?