

导学 6.8

(6.3.1 空间曲线的切线及法平面 6.3.2 曲面的切平面及法线)

一、相关问题

1. 求螺旋线 $\begin{cases} x = 2\cos t \\ y = 2\sin t \\ z = \sqrt{2}t \end{cases}$ 在 $t = \frac{\pi}{4}$ 处的切线方程和法平面方程.
2. 求曲面 $x^2 + 2y^2 + 3z^2 = 21$ 平行于平面 $x + 4y + 6z = 0$ 的切平面方程.

二、相关知识

1. 如何求空间曲线的切线及法平面方程?
2. 如何确定曲面的切平面及法线方程?

三、练习题

1. 求曲线 $\Gamma: x = \int_0^t e^u \cos u du, y = 2\sin t + \cos t, z = 1 + e^{3t}$ 在 $t = 0$ 处的切线和法平面方程.
2. 求曲线 $L: \begin{cases} 2x^2 + 3y^2 + z^2 = 9 \\ 3x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}$ 过点 $P_0(1, -1, 2)$ 的切线与法平面方程.
3. 求椭球面 $x^2 + 2y^2 + z^2 = 1$ 上平行于平面 $x - y + 2z = 0$ 的切平面方程.

四、思考题

试证曲面 $\sqrt{x} + \sqrt{y} + \sqrt{z} = \sqrt{a}$ ($a > 0$) 上任意点处的切平面在各坐标轴上的截距之和等于 a .