导学 6.9

（6.3.3 多元函数的极值　6.3.4 条件极值）

一、相关问题

1. 某商店卖两种牌子的果汁，本地牌子每瓶进价 1 元，外地牌子每瓶进价 1.2 元，店主估计，如果本地牌子的每瓶卖 x 元，外地牌子的每瓶卖 y 元，则每天可卖出 $70-5x+4y$ 瓶本地牌子的果汁，$80+6x-7y$ 瓶外地牌子的果汁，问：店主每天以什么价格卖两种牌子的果汁可取得最大收益？

2. 小王有200元钱，他决定用来购买两种急需物品：计算机磁盘和录音磁带，设他购买 x 张磁盘，y 盒录音磁带达到最佳效果，效果函数 $U(x,y)=\ln x+\ln y$. 设每张磁盘8元，每盒磁带 10 元，问他如何分配这 200 元以达到最佳效果？

二、相关知识

1. 多元函数的极值的必要条件是什么？
2. 多元函数的极值的充分条件是什么？
3. 如何确定多元函数的极值？
4. 如何确定函数的最值？
5. 如何确定函数的条件极值？

三、练习题

1. 求函数 $f(x,y)=x^3-y^3+3x^2+3y^2-9x$ 的极值.
2. 求由方程 $2x^2+2y^2+z^2+8xz-z+8=0$ 确定的隐函数 $z=z(x,y)$ 的极值.
3. 求二元函数 $z=f(x,y)=x^2y(4-x-y)$ 在直线 $x+y=6$，x 轴和 y 轴所围成的闭区域 D 上的最大值与最小值.
4. 在第一卦限内作椭球面 $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}+\dfrac{z^2}{c^2}=1$ 的某一切平面，使得该切平面与三个坐标面所围成的四面体的体积最小，求切点坐标.
5. 某养殖场饲养两种鱼，如甲种鱼放养 x(万尾)，乙种鱼放养 y(万尾)，收获时两种鱼收获量分别为 $(3-\alpha x-\beta y)x$ 和 $(4-\beta x-2\alpha y)y\ (\alpha>\beta>0)$，求使总产鱼量最大的放养数.

四、思考题

1. 若 $f(x_0,y)$, $f(x,y_0)$ 在 (x_0,y_0) 均取得极值，则 $f(x,y)$ 在点 (x_0,y_0) 是否也取得极值？
2. 用 Lagrange 乘数法求条件极值问题，一般都转化为求解一个多变量的方程组，但解此方程组时通常会遇到一些困难，如何求解之？是否有一些常用的方法求解这些方程组？举例说明.