

导学 7.10

(7.2.2 对坐标的曲线积分)

一、相关问题

根据定积分中的微元法思想,思考如何计算变力沿曲线的做功问题.

二、相关知识

1. 将对坐标的曲线积分转化为定积分后如何确定积分上下限?
2. 对弧长的曲线积分与对坐标的曲线积分之间有什么联系?

三、练习题

1. 计算 $\int_L xydx + ydy$, 其中 L 是抛物线 $y^2 = x$ 上从 $A(1, -1)$ 到 $B(1,1)$ 的一段弧.
2. 求积分曲线 $\int_L (x^2 + y^2)dx + (x^2 - y^2)dy$, L 是从点 $A(1, 0)$ 经点 $B(0, 1)$ 到点 $C(-1, 0)$ 的折线.
3. 把对坐标的曲线积分 $\int_L Pdx + Qdy$ 化为对弧长的曲线积分, 其中 L 为曲线 $y = x^2$ 从 $(0,0)$ 到 $(1,1)$ 的一段.

四、思考题

1. 定积分与两种类型的曲线积分有何联系与区别?
2. 计算 $\oint_{\Gamma} y^2 dx + z^2 dy + x^2 dz$, 其中 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 \\ x^2 + y^2 = ax. \end{cases} (z \geq 0) (a > 0)$, 且从 z 轴正向看去 P 为逆时针方向.