

导学 7.11

(7.2.3 Green 公式)

一、相关问题

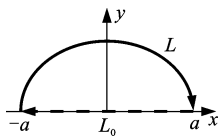
1. Green 公式有哪些表示方法?
2. 第二类平面曲线积分与其积分路径是否有关? 在什么条件下无关?

二、相关知识

1. 什么是平面单连通区域、平面复连通区域?
2. 描述平面上第二类曲线积分与路径无关的条件.
3. 在平面复连通区域中, Green 公式中的区域边界方向是什么?
4. Green 公式的实质是什么?
5. 如何通过添加适当的辅助路径来利用 Green 公式?

三、练习题

1. 计算积分 $\int_L (e^x \sin y - 3y + x^2) dx + (e^x \cos y - x) dy$, L 如图所示的上半椭圆: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. 方向如右图所示.



(第 1 题图)

2. 设 L 是任意一条分段光滑的闭曲线, 求证 $\oint_L 2xy dx + x^2 dy = 0$.

四、思考题

1. 能否用 Green 公式计算积分 $\oint_L \frac{y dx - x dy}{4x^2 + y^2}$, 其中 L 是正向闭曲线: $|x| + |y| = 2$.
2. 验证: $\frac{x dy - y dx}{x^2 + y^2}$ 在右半平面 $x > 0$ 内是某个函数的全微分, 并求出一个这样的函数.