

导学 7.12

(7.2.4 第一类曲面积分)

一、相关问题

利用微元法的思想建立变密度曲面物体质量的计算模型.

二、相关知识

1. 对面积的曲面积分的计算实质是什么?
2. 如何使用对面积的曲面积分的对称性简化其计算?
3. 对第一类曲面积分的计算公式是什么?
4. 第一类曲面积分在实际应用中有何应用?

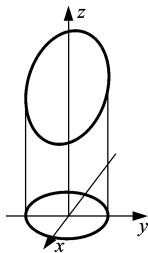
三、练习题

1. 计算积分 $\iint_{\Sigma} \frac{1}{z} dS$, 其中 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 被平面 $z = h (0 < h < R)$ 截出的顶部.

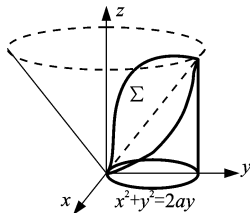
部.

2. 计算积分 $\oint_{\Sigma} xy dS$, 其中 Σ 是圆柱面 $x^2 + y^2 = 1$ 与平面 $z = 0, x + z = 2$ 围成的立体的全

表面.



(第 2 题图)



(第 5 题图)

3. 计算曲面积分 $I = \oint_{\Sigma} (ax + by + cz + d)^2 dS$, 其中 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$.

4. 计算的曲面积分 $\iint_{\Sigma} (x + y + z) dS$, 其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ 上 $z \geq h (0 < h < a)$ 的部分.

5. 计算曲面积分 $\iint_{\Sigma} (xy + yz + zx) dS$, 其中 Σ 为锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 被圆柱面 $x^2 + y^2 = 2ay (a > 0)$ 所截下的部分.

四、思考题

计算曲面积分 $\oint_{\Sigma} z^2 dS$, 其中 Σ 是球面 $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$.