

导学 7.9

(7.2.1 对弧长的曲线积分)

一、相关问题

1. 根据定积分中的微元思想, 如何计算变密度曲线形构件的质量?
2. 在第一卦限部分的.

二、相关知识

1. 将对弧长的曲线积分转化为定积分后, 如何确定其积分的上、下限?
2. 对弧长的曲线积分的对称性有什么特点?

三、练习题

1. 计算积分 $\int_{\Gamma} xyz ds$, 其中 Γ 为连接 $A(1, 0, 2)$ 与 $B(2, 1, -1)$ 的直线段.
2. 计算积分 $\oint_L \sqrt{x^2 + y^2} ds$, 其中 L 为圆周: $x^2 + y^2 = ax (a > 0)$.
3. 设 l 为椭圆 $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{3} = 1$ 边界, 其周长记为 a , 求 $\oint_l (2xy + 3x^2 + 4y^2) ds$.

四、思考题

1. 计算 $\oint_{\Gamma} x^2 ds$, 其中 Γ 为 $\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = R^2, \\ x + y + z = 0. \end{cases}$
2. 判断下列命题正、误并说明之. 设 $I = \int_{\widehat{AB}} xy ds$, $\widehat{AB}$ 为圆周 $x^2 + y^2 = a^2$ 的弧段, 其中两

端点为 $A(0, a), B\left(\frac{a}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}a\right)$, 则

$$(1) I = \int_0^{\frac{a}{2}} x \sqrt{a^2 - x^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 - x^2}} dx = \frac{1}{8} a^3;$$

$$(2) I = \int_a^{\frac{\sqrt{3}a}{2}} y \sqrt{a^2 - y^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 - y^2}} dy = \frac{1}{8} a^3.$$