

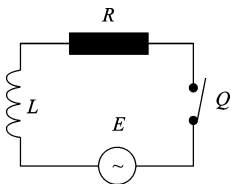
导学 8.2

(8.2.2 齐次方程与可化为齐次方程的方程 8.2.3 一阶线性微分方程)

一、相关问题

1. 在空气中自由落下、初始质量为 M_0 克的雨点均匀地蒸发着, 设每秒蒸发 m 克, 空气阻力与雨点速度成正比, 如果开始时雨点速度为 0 米/秒, 试求雨点运动速度和时间的关系.

2. 利用回路电压定律求电流 —— 有一电路如下图所示, 其中电阻 R 和电感 L 都是常量, 电源电动势为 $E = E_m \sin \omega t$, 求电流 $i(t)$.



二、相关知识

1. 齐次方程和一阶线性方程的标准形式分别是什么? 如何求解这些方程?

2. 指出下列方程中哪些是可分离变量的微分方程? 哪些是齐次方程? 并将它们写成该类型方程的标准形式

$$(1) 3x^2 + 5x - y' = 0;$$

$$(2) y' = 1 + x + y^2 + xy^2;$$

$$(3) xy' - y - \sqrt{y^2 - x^2} = 0;$$

$$(4) (2x + y - 4)dx + (x + y - 1)dy = 0.$$

三、练习题

求下列微分方程的通解.

$$1. y^2 + x^2 \frac{dy}{dx} = xy \frac{dy}{dx}.$$

$$2. \frac{dy}{dx} = \frac{x - y + 1}{x + y - 3}.$$

$$3. (x - 2) \frac{dy}{dx} = y.$$

$$4. \frac{dy}{dx} - \frac{2y}{x + 1} = (x + 1)^{\frac{5}{2}}.$$

四、思考题

1. 求方程 $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 + y^2 - 6x + 2y + 4}{2xy + 2x - 2y - 2}$ 的通解.

2. 已知微分方程 $y' + y = f(x)$, 其中 $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & x > 1 \end{cases}$. 求微分方程满足 $y(0) = 0$

在 $[0, +\infty)$ 上的解.