

## 导学 8.7

### (8.4 微分方程的简单应用)

#### 一、相关问题

1994年3月7日《扬子晚报》登载“中国社会科学院最近预测，今年我国总人口将超过12亿，据国家计划生育委员会统计，中国总人口峰值是2044年，峰值人口达15.6亿或15.7亿，人口增长到‘顶峰’后，就有可能走‘下坡路’，出现下降趋势”。试从数学上解释该段话的合理性。

#### 二、相关知识

1. 了解 Newton 第二运动定律、Newton 万有引力定律、热学中的冷却定律、弹性变形中的 Hooke 定律、电学中的 Kirchhoff 定律、化学中的质量作用定律、放射性问题中的衰变规律、Malthus 生物总数增长定律。

2. 在曲线上任一点  $(x, y)$  处，切线方程为 \_\_\_\_\_，切线在  $x, y$  轴上的截距分别为 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_，切线从切点到  $x, y$  轴上的长度分别为 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_，切线在两坐标轴之间的长度为 \_\_\_\_\_，原点到切线的距离 \_\_\_\_\_。

3. 在曲线上任一点  $(x, y)$  处，法线方程为 \_\_\_\_\_，法线在  $x, y$  轴上的截距分别为 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_，法线从切点到  $x, y$  轴上的长度分别为 \_\_\_\_\_ 和 \_\_\_\_\_，法线在两坐标轴之间的长度为 \_\_\_\_\_，原点到法线的距离 \_\_\_\_\_。

#### 三、练习题

1. 求连续函数  $f(x)$ ，使它满足  $f(x) + 2 \int_0^x f(t) dt = x^2$ 。

2. 设曲线  $L$  的极坐标方程为  $r = r(\theta)$ ， $M(r, \theta)$  为  $L$  上任意一点， $M_0(2, 0)$  为  $L$  上一定点，若极径  $\overrightarrow{OM_0}$ ， $\overrightarrow{OM}$  与曲线  $L$  所围成的曲边扇形的面积值等于  $L$  上  $M_0, M$  两点间弧长值的一半，求曲线  $L$  的方程。

3. 某池塘养鱼，该池塘最多能养鱼 1000 条，鱼数  $y$  是时间  $t$  的函数  $y = y(t)$ ，且变化速度与鱼数  $y$  及  $(1000 - y)$  的乘积成正比，现已知在池塘内放养鱼 100 条，三个月后有 250 条，求放鱼数与时间  $t$  的关系  $y(t)$ ，放养六个月后鱼的数量是多少？

#### 四、思考题

有一种医疗手段，是把示踪染色注射到胰脏里去以检查其功能。正常胰脏每分钟吸收染色的 40%，现内科医生给某人注射了 0.3 克染色，30 分钟后还剩下 0.1 克，试问此人的胰脏是否正常？