

习题 2.3

1. 略.

2. 单增区间为 $[-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}]$, 单减区间为 $(-\infty, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ 和 $(\frac{\sqrt{2}}{2}, +\infty)$;

6. 当 $0 < a < \frac{1}{e}$ 时方程有两实根, 当 $a > \frac{1}{e}$ 时没有实根, 当 $a = \frac{1}{e}$ 时有一实根 $x = e$.

7. 极大值为 $f(-1) = 28$, 极小值为 $f(2) = 1$.

8. 极大值为 $f(0) = 0$, 极小值为 $f(1) = -3$.

9. 极大值 $f(1) = 1$.

10. $a = -\frac{2}{3}$, $b = -\frac{1}{6}$. $f(1)$ 是极小值; $f(2)$ 是极大值.

11. 最大值为 $f(1) = 0$, 最小值为 $f(0) = -8$.

12. 当截去边长为 $x = \frac{a}{6}$ 的小方块时, 可达到盒子容量最大.

13. 极大值为 $f(-1) = 0$, 极小值为 $f(1) = -3\sqrt[3]{4}$.

14. 最大值 20, 最小值 0. 15. $b = \sqrt{\frac{1}{3}d}$, $h = \sqrt{\frac{2}{3}d}$.

16. (1) 如果 n 为偶数, $b < 0$ 时, $f(a)$ 为极大值; 当 $b > 0$ 时, $f(a)$ 为极小值.

(2) 如果 n 为奇数, $f(x)$ 在 $x = a$ 处不取极值.

17. 在 $(-\infty, 0)$ 上是凹的; 在 $(0, +\infty)$ 上是凸的.

19. $(-\infty, 4)$ 凹的, $(4, +\infty)$ 凸的, $(4, 3)$ 是拐点.

20. $a = -\frac{3}{2}$, $b = \frac{9}{2}$.

21. 铅直渐近线 $x = 1$ 与 $x = -3$, 斜渐近线 $y = x - 2$.

22. 略. 23. 略.

25. 在 $(-\infty, \frac{3}{2})$ 是凸函数, 在 $(\frac{3}{2}, +\infty)$ 是凹函数.

26. (1) 当 $x \in (-\infty, -\frac{1}{2})$ 时, 曲线是凸的; 当 $x \in (-\frac{1}{2}, 0)$ 时, 故曲线是凹的; 当 $x \in$

$(0, +\infty)$ 时, 曲线是凸的. 点 $(-\frac{1}{2}, e^{-2})$ 和 $(0, 0)$ 是曲线的两个拐点.

(2) 上凸的 x 的取值范围为 $(-\infty, 0)$ 或者 $(-\infty, 0]$.

(3) 在点 $(1, 1)$ 附近是凸的.

27. $x = 0$ 是垂直渐近线; 直线 $y = 0$ 是水平渐近线; $y = x$ 是一条斜渐近线.

28. $ds = \sqrt{[\varphi'(t)]^2 + [\psi'(t)]^2} dt$. 29. $ds = \sqrt{[r'(\theta)]^2 + [r(\theta)]^2} d\theta$.

30. $0, \frac{1}{R}$. 31. $(\pm a, 0) (0 < b < a)$.

32. 砂轮半径不超过 $\frac{b^2}{a} (0 < b < a)$ 才不会产生过量磨损, 或有的地方磨不到的问题.

33. 2. 34. $\frac{3\sqrt{2}}{4a}$.