

习题 4.3

1. (1) 收敛半径 1; 收敛域 $(-1, 1)$; (2) 收敛半径 1, 收敛域 $[-1, 1]$;
(3) 收敛半径 $+\infty$, 收敛域 $(-\infty, +\infty)$; (4) 收敛半径 $\frac{1}{2}$; 收敛域 $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$;
(5) 收敛半径 $+\infty$, 收敛域 $(-\infty, +\infty)$; (6) 收敛半径 3; 收敛域 $[-3, 3]$;
(7) 收敛半径 0, 收敛域为 $(-\infty, +\infty)$; (8) 收敛半径 1, 收敛域 $(0, 2]$;
(9) 收敛半径 $\sqrt{2}$, 收敛域为 $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$; (10) 收敛半径 1, 收敛域 $[4, 6)$.
2. (1) 收敛区间为 $(-1, 1)$; (2) 收敛区间为 $(-1, 1)$; (3) 收敛区间为 $(-1, 1)$;
(4) 收敛区间为 $(-\infty, \infty)$; (5) 收敛区间为 $(-1, 1)$;
(6) 收敛区间为 $(-\frac{1}{a}, \frac{1}{a})$; (7) 收敛区间为 $(-\max(a, b), \max(a, b))$;
(8) 收敛区间为 $(-1, 1)$; (9) 收敛区间为 $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$;
(10) 收敛区间为 $(-\frac{4}{3}, -\frac{2}{3})$; (11) 收敛区间为 $(-1, 0)$;
(12) 收敛区间为 $(\frac{1}{e}, e)$; (13) 收敛区间为 $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$;
(14) 收敛区间为 $(0, +\infty)$.
3. 不能
4. (1) $\frac{1}{(1-x)^2} (-1 < x < 1)$; (2) $\frac{1}{(1+x)^2} (-1 < x < 1)$;
(3) $\frac{1}{4} \ln \frac{1+x}{1-x} + \frac{1}{2} \arctan x - x (-1 < x < 1)$;
(4) $\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x} (-1 < x < 1), \frac{\sqrt{2}}{2} \ln(1+\sqrt{2})$.
5. (1) $(-1, 1), \frac{2x}{(1-x)^3}$;
(2) $[-1, 1], S(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} - \ln 2, & x = \pm 1, \\ 2x \arctan x - \ln(1+x^2), & x \in (-1, 1). \end{cases}$
6. $(-1, 1), f(x) = 2x \arctan x - \ln(1+x^2) + \frac{x^2}{1+x^2}, x \in (-1, 1)$.