习题6.3

1. (1)C; (2)B; (3)B; (4)B; (5)C; (6)A; (7)C.

2. (1)$\dfrac{x-\frac{1}{2}}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z+\frac{1}{2}}{2}$; (2)$x-y+2z=\pm\sqrt{\dfrac{11}{2}}$; (3)$\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$;

(4)$2(x-1)-8(y+2)+6(z-1)=0$; (5)$\vec{n}^0=\dfrac{1}{\sqrt{5}}\{0,\sqrt{2},\sqrt{3}\}$; (6)$\theta=\arccos\dfrac{3}{\sqrt{22}}$;

(7)$\dfrac{\pi}{4}$; (8)(1, −1); (9)64; (10)$\left(\dfrac{8}{5},\dfrac{16}{5}\right)$; (11)极小值: $f\left(\dfrac{1}{2},-1\right)=-\dfrac{e}{2}$;

(12)极大值: $z\left(\dfrac{1}{2},\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$; (13)极大值: $f(2,-1)=8$;

3. 切线方程: $\dfrac{x-(\frac{\pi}{2}-1)}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$, 法平面方程: $x+y+\sqrt{2}z=\dfrac{\pi}{2}+4$.

4. 切线方程: $\dfrac{x-\frac{1}{2}}{0}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-1}{2}$, 法平面方程: $2z-y=0$.

5. 切线方程: $\dfrac{\sqrt{2}x-a}{-a}=\dfrac{\sqrt{2}y-a}{a}=\dfrac{4z-b\pi}{4b}$, 法平面方程: $2\sqrt{2}a(x-y)-b(4z-b\pi)=0$.

6. $P_1(-1,1,-1)$或$P_2\left(-\dfrac{1}{3},\dfrac{1}{9},-\dfrac{1}{27}\right)$.

7. 切平面方程: $x+2y-4=0$, 法线方程: $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{0}$.

8. 切平面方程: $9x+y-z-27=0$, 法线方程: $\dfrac{x-3}{9}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

9. 切平面方程: $x+2y-z+5=0$, 法线方程: $\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

10. 切平面方程: $2ax_0x+2by_0y-z-z_0=0$, 法线方程: $\dfrac{x-x_0}{2ax_0}=\dfrac{y-y_0}{2by_0}=\dfrac{z-z_0}{-1}$.

11. $\arccos\dfrac{3}{\sqrt{22}}$.

12. 提示: $\boldsymbol{\eta}_{切向}=\boldsymbol{\eta}_{球法}\times\boldsymbol{\eta}_{平法}$, 切线方程: $\dfrac{x-1}{16}=\dfrac{y-1}{9}=\dfrac{z-1}{-1}$

法平面方程: $16x+9y-z-24=0$.

13. 略

14. (1)$f_{\max}(2,-2)=8$; (2)$f_{min}(\sqrt[3]{a},\sqrt[3]{a})=3\sqrt[3]{a^2}$.

15. $z_{min}=\dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$.

16. 当长、宽、高都是$2a/\sqrt{3}$时, 可得最大体积.

17. 最短距离为$\sqrt{2}/2$.

18. $x=4.8$ 千克，$y=1.2$ 千克，利润为 229.6 万元.

19. $x=15$ 千元，$y=10$ 千元.

20.. 产出分别为 5 和 7.5 个单位时，最大利润为 550

21. （1）极大值：$z(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})=\frac{1}{4}$；

（2）极小值：$z(\frac{ab^2}{a^2+b^2}, \frac{a^2b}{a^2+b^2})=\frac{a^2b^2}{a^2+b^2}$；

（3）极小值：$u(3, 3, 3)=9$.

22. 当两直角边都等于$\frac{l}{\sqrt{2}}$时，三角形周长最大.

23. 当长、宽为$\frac{2a}{\sqrt{3}}$，高为$\frac{a}{\sqrt{3}}$时，内接长方体体积最大.

24. $x_{长}=y_{宽}=\sqrt{\frac{A}{3a}}$，$z_{高}=\frac{a}{2b}\sqrt{\frac{A}{3a}}$.

25. 当长，宽都是$\sqrt[3]{2k}$，而高为$\frac{1}{2}\sqrt[3]{2k}$时，表面积最小.

26. 提示：考虑$f(u, v, w)=\frac{a^2b^2c^2}{uvw}$在条件$\frac{u^2}{a^2}+\frac{v^2}{b^2}+\frac{w^2}{c^2}=1$之下的最小值，由拉格朗日乘数法得最小值为$3\sqrt{3}abc$.

27. 提示：设平面方程为 $Ax+By+Cz+D=0$，问题即求：$V^2=\frac{1}{36}\frac{D^6}{A^2B^2C^2}$在条件$2A+B+\frac{1}{3}C+D=0$下的最小值，由拉格朗日乘数法得平面方程为：$x+2y+6z-6=0$，最小体积是 3.

28. 提示：问题可看作 $d^2=x^2+y^2+z^2$ 在条件$\begin{cases} z=x^2+y^2 \\ x+y+z=1 \end{cases}$下的最值，

令 $F(x, y, z, \lambda, u)=x^2+y^2+z^2+\lambda(x^2+y^2-z)+u(x+y+z-1)$.

求得最长距离为：$\sqrt{9+5\sqrt{3}}$，最短距离为：$\sqrt{9-5\sqrt{3}}$.