

导学 2.1

(2.1 矩阵的初等变换)

一、相关问题

在解二元及三元线性方程组的过程中，我们通常采用消元法。在消元过程中通常会对方程组做如下三种变换：对调两个方程的位置；将一个方程的两边同乘以一个非零常数；将一个方程两边同乘以某个常数加到另一个方程。分析解三元线性方程组

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 - x_2 - 3x_3 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 - 5x_3 = 0. \end{cases} \text{ 的过程, 把对方程组所做的变换用其对应的矩阵表示.}$$

二、相关知识

1. 矩阵的初等变换有哪几类？初等变换与矩阵运算有何关系？
2. 行阶梯形、行最简形及矩阵的标准形分别具有什么形式？
3. 矩阵等价的含义是什么？
4. 矩阵的初等变换有哪些应用？

三、练习题

将矩阵 $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 3 & -1 \\ 2 & 4 & -2 & 0 & 2 \\ 6 & 3 & -6 & 1 & -1 \\ -3 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ 用初等行变换化为阶梯形。进一步化为最简形。

四、思考题

1. 一个非零矩阵的行最简形与行阶梯形有什么区别和联系？
2. 矩阵的初等变换与矩阵的乘法之间的联系有什么意义？