

导学 2.3

(2.3 向量组及其线性相关性)

一、相关问题

(1) 平面及空间向量的代数表现形式是怎样的？分别由几个参数确定？在实际中，我们会碰到需要更多参数才能解决的问题。如，确定飞机的状态，需要以下 6 个参数：机身的仰角： φ ($-\frac{\pi}{2} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$)，机翼的转角： ψ ($-\pi < \psi \leq \pi$)，机身的水平转角： θ ($0 \leq \theta < 2\pi$)，飞机重心在空间的位置参数 $P(x, y, z)$ 。为了确定飞机的状态，我们可以引入 6 维向量 $a = (x, y, z, \varphi, \psi, \theta)$ 。更一般地，大家可以列举一些多维向量的例子。

(2) 如何理解平面向量 α_1, α_2 共线，空间向量 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 共面。

二、相关知识

1. n 维向量是怎样定义的？怎样表示？
2. 向量组如何定义？向量组与矩阵有怎样的关系？
3. 什么是向量组的线性组合？什么叫向量组线性相关？
4. 如何判定向量组的线性相关性？

三、练习题

判断向量组 $\alpha_1 = (2, 2, 1)$, $\alpha_2 = (2, 1, 0)$, $\alpha_3 = (1, 2, 1)$ 是否线性相关？

四、思考题

1. 线性相关与线性表示这两个概念有什么区别和联系？
2. 矩阵的初等行变换对矩阵的列向量组和行向量组各有什么作用？