

导学 3.2

(3.2.3 向量组与线性方程组 3.3.1 线性方程组解的结构)

一、相关问题

线性方程组在现实生活中的应用非常广泛的，不仅可以广泛地应用于工程学、计算机科学、物理学、数学、经济学、统计学、力学、信号与信号处理、通信、航空等学科和领域，同时也应用于理工类的后续课程，如电路、理论力学、计算机图形学、信号与系统、数字信号处理、系统动力学、自动控制原理等课程。大家举一些有实际应用的线性方程组。

二、相关知识

1. 齐次和非齐次线性方程组的解有何性质？
2. 何谓齐次线性方程组的解空间和基础解系？

三、练习题

1. 设 $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ 是下列线性方程组
$$\begin{cases} x - 3y + z = 2 \\ 2x + y - z = -1 \\ 7x - 2z = -1 \end{cases}$$
 的解，证明向量组 $\alpha_1 - \alpha_2$ 与 $\alpha_1 - \alpha_3$

线性相关。

2. 设 $A = \begin{pmatrix} \lambda & 1 & 1 \\ 0 & \lambda - 1 & 0 \\ 1 & 1 & \lambda \end{pmatrix}$, $b = (a, 1, 1)^T$, 已知 $Ax = b$ 存在 2 个不同解, (1) 求 λ, a ;

(2) 求 $Ax = b$ 的通解。

四、思考题

1. 向量组的线性相关性与线性方程组的解的判别有何内在联系？
2. 非齐次线性方程组解有何特性？非齐次线性方程组和齐次线性方程组的解之间有何关系？