

习题 2.2

1. 略;

2. (1) 不是; (2) 是

解: (1) 当 $X \in (-\infty, +\infty)$ 时, 则 $0 < F(x) < 1$

而 $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$, 所以 $F(x)$ 不能是 X 的分布函数.

(2) 当 $X \in (-\infty, 0)$ 时, 则 $0 < F(x) < 1$ 且 $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x) = 0$, $\lim_{x \rightarrow -0} F(x) = 1$

又 $F'(x) = -\frac{2x}{(1+x^2)^2} > 0 (x < 0)$, 所以 $F(x)$ 在 $(-\infty, 0)$ 上单增.

综上所述, 故 $F(x)$ 可作为 X 的分布函数.

$$3. (1) F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ \frac{1}{3}, & 0 \leq x < 1, \\ \frac{1}{2}, & 1 \leq x < 2, \\ 1, & x \geq 2; \end{cases} \quad (2) \frac{1}{3}; \quad (3) \frac{1}{6}; \quad (4) \frac{2}{3}.$$