## 习题 6.3

1. $n \geqslant 10$.

**解：** 设 $X \sim N(\mu, 4^2)$，样本容量为 $n$，依题意 $P\{|\overline{X}-\mu| \leqslant 2.5\}=0.95$，

$$P\left\{\left|\frac{\overline{X}-\mu}{\sigma/\sqrt{n}}\right| \leqslant \frac{2.5}{\sigma/\sqrt{n}}\right\}=2\Phi\left(\frac{2.5}{\sigma/\sqrt{n}}\right)-1=0.95$$

$\therefore \Phi\left(\frac{2.5}{\sigma/\sqrt{n}}\right)=0.975$，$\frac{2.5}{\sigma/\sqrt{n}}=1.96$，$\sqrt{n}=\frac{1.96\times 4}{2.5}$，$n=9.8345$，

可知，至少要抽取 10 个样本.

2. (2.689 5, 2.720 5)，(0.000 4, 0.002 0).

**解：** 在 $\sigma^2$ 未知的情况下，$\mu$ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left(\overline{X}-\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1),\ \overline{X}+\frac{S}{\sqrt{n}}t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$$

已知 $\bar{x}=2.705$，$s=0.029$，$n=16$，$\alpha=0.05$，查表得 $t_{0.025}(15)=2.1315$，

$\mu$ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left(2.705-\frac{0.029}{4}\times 2.1315,\ 2.705+\frac{0.029}{4}\times 2.1315\right)=(2.6895,\ 2.7205).$$

$\sigma^2$ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)},\ \frac{(n-1)S^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}}(n-1)}\right)$$

已知 $s=0.029$，$n=16$，$\alpha=0.05$，查表得 $\chi^2_{0.025}(15)=27.488$，$\chi^2_{0.975}(15)=6.262$

$\sigma^2$ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left(\frac{15\times 0.029^2}{27.488},\ \frac{15\times 0.029^2}{6.262}\right)=(0.0004,\ 0.0020).$$

3. (14.8, 15.2).

4. (1)(19.87, 20.15)；(2)(19.85, 20.17).　　5. (−0.899, 0.019).

6. (0.221 7, 3.600 8).

**解：** $n_1=n_2=10$，$s_A^2=0.5419$，$s_B^2=0.6065$，

$\frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2}$ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left(\frac{s_A^2}{s_B^2}\frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,\ n_2-1)},\ \frac{s_A^2}{s_B^2}\frac{1}{F_{1-\frac{\alpha}{2}}(n_1-1,\ n_2-1)}\right)$$

已知 $\alpha=0.05$，查表得 $F_{0.025}(9,9)=4.03$，$F_{0.975}(9,9)=\frac{1}{4.03}=0.248$

$\frac{\sigma_A^2}{\sigma_B^2}$ 的置信度为 0.95 的置信区间为

$$\left(\frac{0.5419}{0.6065}\frac{1}{4.03},\ \frac{0.5419}{0.6065}\times 4.03\right)=(0.2217,\ 3.6008).$$

7. $\bar{\mu} = 183.3515$ mg/kg.

**解：** 在 $\sigma^2$ 未知的情况下，$\mu$ 的置信度为 $1-\alpha$ 的单侧置信上限为

$$\bar{\mu} = \bar{X} + \frac{S}{\sqrt{n}} t_\alpha(n-1)$$

已知 $\bar{x} = 180$，$s = 10$，$n = 16$，$\alpha = 0.1$，查表得 $t_{0.1}(15) = 1.3406$，

$\mu$ 的置信度为 0.9 的单侧置信上限为

$\bar{\mu} = 180 + \frac{10}{4} \times 1.3406 = 183.3515.$