习题 7.3

1. $|z| = 1.838 < 1.96$，未落入拒绝域，接受 H_0，认为两种烟草的尼古丁含量没有差异；

2. $|t| = 1.234 < t_{0.005}(9) = 3.2498$，未落入拒绝域，接受 H_0，认为这两批元件的电阻无显著差异；

3. $F = 0.1081 < F_{0.95}(5, 9) = 0.2096$，拒绝 H_0，认为新生女婴体重的方差冬季的比夏季的小.

解： 按题意，需检验

$$H_0: \sigma_1^2 \geqslant \sigma_2^2,\ H_1: \sigma_1^2 < \sigma_2^2$$

选用 F 检验法，选用统计量

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(m-1, n-1)$$

由题意 $m = 6$，$n = 10$，查表得 $F_{1-\alpha}(m-1, n-1) = F_{0.95}(5, 9) = \frac{1}{4.77}$，拒绝域为

$$F \leqslant F_{1-\alpha}(m-1, n-1) = F_{0.95}(5, 9) = 0.2096$$

经计算 $s_1^2 = 16227$，$s_2^2 = 150067$，

$$F = \frac{16227}{150067} = 0.1081 < 0.2096,$$

落入了拒绝域，拒绝 H_0，认为新生女婴体重的方差冬季的比夏季的小.

4. （1）拒绝域 w 为 $(0, 0, 172) \cup (5.82, +\infty)$，$F = 2.022 \notin w$，接受 H_0，认为处理前后含脂率的总体方差无显著差异.

（2）$|t| = 0.788 < t_{0.025}(12) = 2.1788$，未落入拒绝域，接受 H_0，认为处理前后含脂率无显著变化；

解：（1）按题意，需检验

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2,\ H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

选用 F 检验法，选用统计量

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(m-1, n-1)$$

由题意 $m = n = 7$，查表得

$$F_{\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1) = F_{0.025}(6, 6) = 5.82,$$

$$F_{1-\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1) = F_{0.975}(6, 6) = \frac{1}{5.82} = 0.172,$$

拒绝域为

$$F \geqslant F_{\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1) = 5.82 \text{ 或 } F \leqslant F_{1-\frac{\alpha}{2}}(m-1, n-1) = 0.172$$

经计算 $s_1^2 = 0.0091$，$s_2^2 = 0.0045$，

$$F = \frac{0.0091}{0.0045} = 2.022$$

未落入拒绝域，接受 H_0，认为处理前后含脂率的总体方差无显著差异.

（2）按题意，需检验

$$H_0: \mu_1 = \mu_2,\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2$$

由于两总体方差相等但未知，选用 T 检验法，选用统计量

$$T = \frac{\overline{X} - \overline{Y}}{S_\omega \sqrt{\frac{1}{m} + \frac{1}{n}}} \sim t(m + n - 2)$$

由题意 $m = n = 7$，查表得 $t_{\frac{\alpha}{2}}(m + n - 2) = t_{0.025}(12) = 2.1788$，拒绝域为

$$|T| \geqslant t_{\frac{\alpha}{2}}(m + n - 2) = 2.1788$$

经计算 $\bar{x} = 0.24$，$\bar{y} = 0.13$，$s_1^2 = 0.091$，$s_2^2 = 0.0045$，$s_\omega = 0.261$，

$$|t| = \frac{|0.24 - 0.13|}{0.261\sqrt{\frac{1}{7} + \frac{1}{7}}} = 0.788 < 2.1788,$$

未落入拒绝域，接受 H_0，认为处理前后含脂率没有显著变化；

5. $F = 1.60 < F_{0.05}(59, 39) = 1.64$，未落入拒绝域 ，接受 H_0.

解： 用 F 检验法，选用统计量

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \sim F(n_1 - 1, n_2 - 1)$$

由题意 $n_1 = 60$，$n_2 = 40$，查表得 $F_\alpha(n_1 - 1, n_2 - 1) = F_{0.05}(59, 39) = 1.64$，拒绝域为 $F \geqslant 1.64$

已知 $s_1^2 = 15.46$，$s_2^2 = 9.66$，

$$F = \frac{15.46}{9.66} = 1.60 < 1.64,$$

未落入拒绝域，接受 H_0.