

导学 2.3

(2.4 连续型随机变量)

一、相关问题

在区间 $[a, b]$ 上任意投掷质点, 以 X 表示这个质点的坐标. 设这个质点落在 $[a, b]$ 中任意区间内的概率与这个小区间的长度成正比, 试求 $F(x)$, $x \in \mathbf{R}$. 并观察是否存在非负函数 $f(x)$, 使得 $F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$? 如果存在, 请写出 $f(x)$ 的形式.

二、相关知识

1. 如何定义连续型随机变量? 如何理解连续型随机变量的分布函数和密度函数的几何意义?
2. 简述连续型随机变量密度函数的性质.
3. 简述均匀分布的特点. 均匀分布和几何概型有何联系? 举例说明.
4. 指数分布有何特点? 指数分布有何应用背景? 如何理解指数分布的“无记忆性”?
5. 正态分布有何特点? 标准正态分布有何特点? 它们有什么关系?
6. 如何理解正态分布的“ 3σ ”准则?
7. 标准正态分布的分位点是如何定义的? 如何应用?

三、练习题

1. 设随机变量 X 的概率密度为

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \sqrt{1-x^2}, & -1 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

求 X 的分布函数 $F(x)$.

2. 设随机变量 X 在 $[2, 5]$ 上服从均匀分布, 现对 X 进行三次独立观测, 试求至少有两次观测值大于3的概率.

3. 设 $F_1(x)$, $F_2(x)$ 为两个分布函数, 且连续函数 $f_1(x)$, $f_2(x)$ 为相应的概率密度, 则以下选项中为概率密度的是().

(A) $f_1(x)f_2(x)$;

(B) $2f_2(x)F_1(x)$;

(C) $f_1(x)F_2(x)$;

(D) $f_1(x)F_2(x) + f_2(x)F_1(x)$.

四、思考题

1. 对于任意可能值 a , 连续型随机变量取 a 的概率等于多少?
2. $F(x) = P(X \leq x)$ 中 X 与 x 的含义有何不同?
3. 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其分布函数为 $F(x)$, 则 $F(-x) = 1 - F(x)$ 成立吗?