

导学 2.4

(2.5 随机变量函数的分布)

一、相关问题

工厂生产的圆轴的截面积 A 是随机变量, 但 A 的值无法直接测量得到. 然而 $A = \frac{\pi d^2}{4}$, 其中 d 是截面直径, 它是可以直接测量的随机变量, 如何由 d 的分布得到 A 的分布?

二、相关知识

1. 对离散型随机变量 X , 其分布律已知, 若 $Y = g(X)$, 如何求 Y 的分布律?
2. 对连续型随机变量 X , 其密度函数为 $f_X(x)$, 若 $Y = g(X)$, 如何求 Y 的密度函数? 有几种方法? 这几种方法有何特点?
3. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 若 $Y = aX + b$, Y 是否也服从正态分布?

三、练习题

1. 设 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} \frac{2x}{\pi^2}, & 0 < x < \pi \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 求 $Y = \sin X$ 的概率密度.
2. 某物体的温度 $T(^{\circ}\text{F})$ 是一个随机变量, 且有 $T \sim N(98.6, 2)$, 若已知 $\theta = \frac{5}{9}(T - 32)$, 试求 $\theta(^{\circ}\text{C})$ 的概率密度.

四、思考题

设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, 若 $Y = X^2$, Y 是否也服从正态分布?