

导学 3.2

(3.2 条件分布 3.3 随机变量的独立性)

一、相关问题

1. 你与你的好朋友约定在某地会面, 假定你们两人到达的时间是相互独立的, 且都服从 $[0, T]$ 的均匀分布, 先到者等 $t(t \leq T)$ 时后离去, 试求两人能会面的概率.
2. 考虑一大群人, 从其中随机抽取一个人, 分别以 X, Y 记其身高和体重, 则 X, Y 都是随机变量, 他们都有一定的概率分布. 现在如限制 $1.7 \leq X \leq 1.8$ (米), 在这个条件下去求 Y 的分布, 这就意味着要从一大群人中把身高在 1.7 米和 1.8 米的那些人都挑出来, 然后在挑出的人群中求其体重的分布. 试说出在这个条件分布中体重取较大值的概率会如何?

二、相关问题

1. 如何判断离散型随机变量 X, Y 相互独立? 如何判断连续型随机变量 X, Y 相互独立?
2. 独立性与条件分布有什么关系?
3. 二维正态分布的随机变量 X, Y 相互独立的充要条件是什么?

三、练习题

1. 袋中有 5 个号码 1, 2, 3, 4, 5, 从中任取三个, 记这三个号码中最小的号码为 X , 最大的号码为 Y . 求: (1) X 与 Y 的联合概率分布; (2) X 与 Y 是否相互独立?
2. 设二维随机变量 (X, Y) 的联合密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} A, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

求(1)确定常数 A ; (2)求 (X, Y) 的联合分布函数; (3)求 X, Y 的边缘概率密度; (4)判别 X 与 Y 是否相互独立; (5)求条件概率密度 $f_{X|Y}(x|y), f_{Y|X}(y|x)$.

三、思考题

1. 条件分布概率密度函数 $f_{X|Y}(x|y)$ 是二元函数吗? 什么时候是一元函数?
2. 设 X, Y 相互独立, 都服从标准正态分布 $N(0, 1)$. 把点 (X, Y) 的极坐标记为 (R, Θ) ($0 \leq R < +\infty, 0 \leq \Theta < 2\pi$). 求证 R 和 Θ 相互独立.

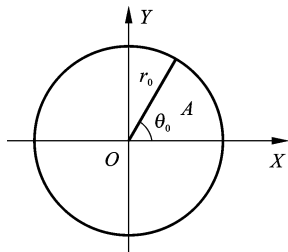


图 3-3