

导学 3.3

(3.4 两个随机变量函数的分布)

一、相关问题

1. 如果已知遗传因素这一随机变量的分布,也知道营养状况的概率密度,而人的身高是遗传因素和营养状况的已知函数,能否求出身高的概率分布?

2. 张同学的英语成绩和高等数学成绩都服从 $[90, 100]$ 区间上的均匀分布,并且这两门课程的分数是相互独立的.试问,他这两门功课的总成绩服从什么分布?

二、相关知识

1. 设二维离散型随机变量 (X, Y) 的分布律已知,如何求随机变量函数 $Z = g(X, Y)$ 的分布律?

2. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数已知,如何求随机变量函数 $Z = X + Y$ 的分布?

3. 设二维连续型随机变量 (X, Y) 的联合密度函数已知,并且 X, Y 相互独立,如何求随机变量函数 $M = \min(X, Y)$, $N = \max(X, Y)$ 的分布?

三、练习题

1. 设 X, Y 为独立同分布的离散型随机变量,其分布律为

$$P(X=n) = P(Y=n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n, n=1, 2, \dots,$$

求 $X+Y$ 的分布律.

2. X, Y 独立同分布,概率密度函数为 $f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases}$ 求 $X+Y$ 及 $X-Y$ 的概率密度.

3. 设某种商品一周的需求量是一个随机变量,其概率密度函数为

$$f(x) = \begin{cases} xe^{-x}, & x > 0 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}, \text{如果各周的需求量相互独立,求两周需求量的概率密度函数.}$$

四、思考题

1. 相互独立的两个正态分布的随机变量 X, Y 的和 Z 仍然是正态分布,一个正态分布的随机变量 Z 分成两个随机变量 X, Y 的和,那么这两个随机变量 X, Y 服从什么分布?

2. 设 X, Y 为互相独立的连续型随机变量,又设 $g(x), h(x)$ 为连续函数,随机变量 $U = g(X)$ 和 $V = h(Y)$ 相互独立吗?