

导学 5.2

(5.2 统计学的三大分布(二) 5.3 正态总体下几个常见的抽样分布)

一、相关问题

1. 在天平上重复称量一重为 a 的物品, 假设各次称量结果是相互独立且服从正态分布 $N(a, 0.2^2)$, 若以 $\bar{X}_n$ 表示 n 次称量结果的算术平均值, 为使 $P\{|\bar{X}_n - a| < 0.1\} \geq 0.95$, 试求 n 的最小值应不小于多少?

2. 某县有 10000 个年满 18 岁的居民, 他们中 10% 年收入超过 10 万, 20% 受过高等教育, 今从中抽取 1600 人的简单随机样本, 求(1)样本中不少于 11% 的人年收入超过 10 万的概率; (2)样本中 19% 和 21% 之间的人受过高等教育的概率.

二、相关知识

1. 简述抽样分布定理 1, 它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理?
2. 简述抽样分布定理 2, 它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理?
3. 简述抽样分布定理 3, 它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理?
4. 简述抽样分布定理 4, 它是针对几个总体的什么样本的统计量的分布定理?

三、练习题

1. 设样本 $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 来自正态分布总体 $N(\mu, 4)$, 求样本方差 S^2 大于 2.622 的概率.

2. 设样本 $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 来自标准正态分布总体 $N(0, 1)$, $\bar{X}$ 与 S^2 分别是样本均值和样本方差, 令 $Y = \frac{10\bar{X}^2}{S^2}$, 若已知 $P(Y \geq \lambda) = 0.01$, 求 λ 的值.

3. 设样本 $X_1, X_2, \dots, X_{10}$ 来自标准正态分布母体 $N(0, 1)$, 记 $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$, $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$, $T = \bar{X}^2 - \frac{1}{n} S^2$, 求 $D(T)$.

四、思考题

1. 设总体 $X \sim N(72, 100)$, 为使样本均值大于 70 的概率不小于 90%, 则样本容量至少应为多少?

2. 从正态总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ 中, 抽取了 $n=20$ 的样本 $X_1, X_2, \dots, X_{20}$,

(1) 求 $P\left(0.37\sigma^2 \leq \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} (X_i - \bar{X})^2 \leq 1.76\sigma^2\right)$;

(2) 求 $P\left(0.37\sigma^2 \leq \frac{1}{20} \sum_{i=1}^{20} (X_i - \mu)^2 \leq 1.76\sigma^2\right)$.

3. 设 X 与 Y 相互独立, $X \sim N(0, 16)$, $Y \sim N(0, 9)$, $X_1, X_2, \dots, X_9$ 与 $Y_1, Y_2, \dots, Y_{16}$ 分别是取自 X 与 Y 的简单随机样本, 求统计量 $\frac{X_1 + X_2 + \dots + X_9}{\sqrt{Y_1^2 + Y_2^2 + \dots + Y_{16}^2}}$ 所服从的分布.