

导学 6.1

(6.1 参数的点估计 6.1.1 矩估计法 6.1.2 极大似然估计(一))

一、相关问题

一袋中有一些白球和黑球,但不知道白球多还是黑球多,现有放回从袋中摸出 3 个球,试根据摸出的 3 个球中黑球数来判断袋中白球多还是黑球多.

二、相关知识

1. 简述矩估计的原理.
2. 如何进行单参数的矩估计? 写出其基本步骤. 如何进行多参数的矩估计? 写出其基本步骤.
3. 求某种总体 X 的未知参数的矩估计时, 经常遇到 $A_2 - A_1^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ (其中 $X_1, X_2, \dots, X_n$ 为总体的样本, $A_2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2, A_1 = \bar{X}$). 如何证明这个等式?
4. 简述极大似然估计法的基本原理.
5. 如何进行总体的单个未知参数的极大似然估计? 写出其基本步骤.

三、练习题

1. 设总体 X 的密度函数为 $f(x) = \begin{cases} \sqrt{\theta} x^{\sqrt{\theta}-1}, & 0 \leq x \leq 1 \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$, 有样本 $X_1, X_2, \dots, X_n$, 求未知参数 θ 的矩估计量和极大似然估计量.
2. 某电器元件的使用寿命 X (单位时间) 服从参数为 a 的指数分布, 随机取 5 个元件做寿命试验, 得寿命为: 1.5 0.8 2.1 1.7 1.9, 求 a 的矩估计值和极大似然估计值.
3. 一地质学家为研究密歇根湖湖滩地区的岩石成分, 随机地自该地区取 100 个样品, 每个样品有 10 块石子, 记录了每个样品中属石灰石的石子数, 假设这 100 次观察相互独立, 并且由过去经验知, 它们都服从参数为 $(n=10, p)$ 的二项分布, p 为这一地区一块石子是石灰石的概率, 求未知参数 p 的矩估计量和矩估计值. 该地质学家所得的数据如下;

样品中属石灰石的石子数	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
观察到石灰石的样品个数	0	1	6	7	23	26	21	12	3	1	0

四、思考题

设某电子元件的寿命(以小时计) T 服从双参数的指数分布, 其概率密度为

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{\theta} e^{-(t-c)/\theta}, & t \geq c, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

其中 $c, \theta (c, \theta > 0)$ 为未知参数, 从一批这种元件中随机地抽取 n 件进行寿命试验. 得它们的失效时间依次为 $x_1 \leq x_2 \leq \dots \leq x_n$. 求(1) θ 与 c 的矩估计量; (2) θ 与 c 的极大似然估计量.